SỞ GD & ĐT GIA LAI
THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG

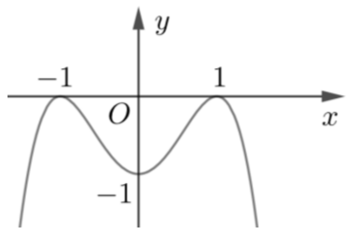
(Đề có 6 trang)

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài : 90 Phút; (Đề có 50 câu)

Họ tên : .... Số báo danh : ....

Mã đề 101

Câu 1: Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2+x-1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$.

Câu 2: Một đội văn nghệ có 6 bạn nam và 4 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 bạn gồm 1 nam và 1 nữ để thể hiện một tiết mục song ca?

A. 45. **B.** 10. **C.** 24. **D.** 90.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\ y=-2-4t\\ z=3-5t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;4;5)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Câu 4: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $y=-5$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-2$.

Câu 5: Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=-1$. Giá trị của tích phân $\int\limits_0^2\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng:

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -3.

Câu 6: Môđun của số phức $z=-3+4i$ bằng

A. 7. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 7: Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt $a,2a,3a$ là:

A. $V=6a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 8: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;-4)$. **D.** $(2;0)$.

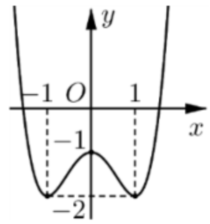
Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;0;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-2;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(0;1;-2)$.

Câu 10: Cho mặt cầu tâm O có đường kính $12\,\text{cm}$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đã cho khi và chỉ khi khoảng cách từ O đến (P) bằng

A. $6\,\text{cm}$. **B.** $4\,\text{cm}$. **C.** $24\,\text{cm}$. **D.** $12\,\text{cm}$.

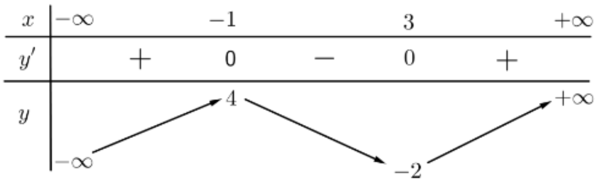
Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

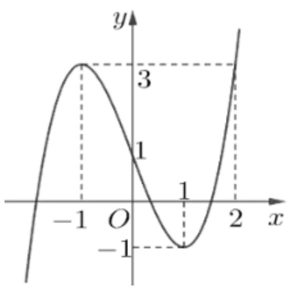
Câu 12: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $(-1;4)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Tổng giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 14: Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

A. $V = 2a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = 4a^3$. **D.** $V = a^3$.

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y = 9^x + 2023$ là:

A. $y' = x.9^{x-1}$. **B.** $y' = \dfrac{9^x}{\ln 9}$. **C.** $y' = \dfrac{9^{x-1}}{\ln 9}$. **D.** $y' = 9^x \ln 9$.

Câu 16: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$, biết $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 29. **B.** 35. **C.** 27. **D.** 31.

Câu 17: Cho $\int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = F(x) + C$ với $x \neq 0$ và C là hằng số. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=2\ln|x|$. **B.** $F'(x)=-\dfrac{2}{x^3}\cdot$ **C.** $F'(x)=\dfrac{1}{x^2}\cdot$ **D.** $F'(x)=-\dfrac{1}{x}\cdot$

Câu 18: Phần thực của số phức $z=3-(2i-4)$ là:

A. 7. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 19: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là:

A. $y'=ex^{e-1}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{e}x^{e-1}$. **C.** $y'=x^{e-1}$. **D.** $y'=\dfrac{x^{e+1}}{e+1}\cdot$

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $4^{2x+1}\geq 64$ là:

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $[-1;+\infty)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)>-3$ là:

A. $(-1;5)$. **B.** $(7;+\infty)$. **C.** $(-1;7)$. **D.** $[-1;7)$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt là:

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 23: Cho hai số phức $z_1=1-i,\ z_2=5i-3$. Phần ảo của số phức $w=z_1.\overline{z_2}+z_2$ là:

A. -11. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 11.

Câu 24: Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}\cdot$ **B.** $\dfrac{3}{2}\cdot$ **C.** $\dfrac{2}{3}\cdot$ **D.** 1.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}=(1;2;0),\vec{b}=(2;0;-1)$. Khi đó, giá trị $\cos\varphi$ bằng

A. $\cos\varphi=\dfrac{2}{5}\cdot$ **B.** $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{2}}{5}\cdot$ **C.** $\cos\varphi=0$. **D.** $\cos\varphi=-\dfrac{\sqrt{2}}{5}\cdot$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và phương trình hai mặt phẳng $(P):2x+2y+z+1=0$, $(Q):2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, song song với cả (P) và (Q) là:

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{-6}\cdot$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{-6}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{6}\cdot$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-4}\cdot$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng

$(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ có bán kính R bằng

A. $R = 3$. **B.** $R = 9$. **C.** $R = 4$. **D.** $R = 2$.

Câu 28: Nếu $\int_1^3 [2f(x)+1]dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \sin x + 5x^4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = -\cos x + 20x^3 + C$. **B.** $\int f(x)dx = \cos x + 20x^3 + C$.

C. $\int f(x)dx = -\cos x + x^5 + C$. **D.** $\int f(x)dx = \cos x + x^5 + C$.

Câu 30: Cho các số thực dương phân biệt a, b đều khác 1 và thỏa mãn $\ln a = x, \ln b = y$. Tính giá trị của biểu thức $\ln\left(a^5 b^4\right)$ theo x và y.

A. $P = 5x + 4y$. **B.** $P = 20xy$. **C.** $P = x^5 y^4$. **D.** $P = x^5 + y^4$.

Câu 31: Biết phương trình $\log_2^2 x + 3\log_2 x^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 > x_2$). Giá trị của $x_1 - 2x_2$ bằng

A. $\frac{127}{64}$. **B.** 15. **C.** $\frac{129}{64}$. **D.** 14.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm là $f'(x) = x^3(x-1)^2(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ là:

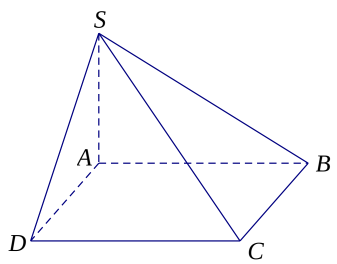
A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 33: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2$, trục hoành và đường thẳng $x = 9$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành có thể tích V bằng:

A. $V = \frac{11\pi}{6}$. **B.** $V = \frac{5\pi}{6}$. **C.** $V = \frac{13\pi}{6}$. **D.** $V = \frac{7\pi}{6}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$ (*tham khảo hình bên dưới*).



Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 35: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên các học sinh đó thành hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất để không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau.

A. $\frac{65}{66}$. **B.** $\frac{1}{22}$. **C.** $\frac{1}{66}$. **D.** $\frac{7}{99}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;6]$ và thỏa mãn $f(0)=2$, $\int_0^2 (2x-4)f'(x)dx = 4$. Tính $\int_0^6 f\left(\frac{x}{3}\right)dx$.

A. $I=18$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=-18$. **D.** $I=6$.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\left(1+i\sqrt{3}\right)z+2$ là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó là:

A. $R=8$. **B.** $R=2$. **C.** $R=16$. **D.** $R=4$.

Câu 38: Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z+1-2i|=|\overline{z}+3+4i|$ và $\frac{z-2i}{\overline{z}+i}$ là một số thuần ảo?

A. 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;2;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-z-4=0$. Điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P). Tính $a+b+c$.

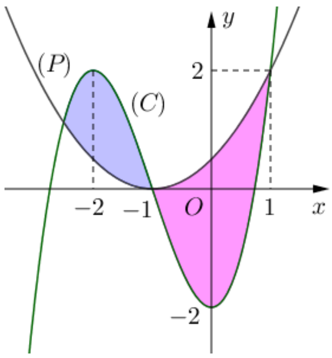
A. $a+b+c=6$. **B.** $a+b+c=4$. **C.** $a+b+c=-3$. **D.** $a+b+c=2$.

Câu 40: Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình

$$\log_3\left(x^2+8\right)-\log_3 x+x^2-9x+6\le 0.$$

A. 72. **B.** 28. **C.** 36. **D.** 45.

Câu 41: Cho đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba và parabol (P) có đỉnh trên Ox và trục đối xứng của (P) vuông góc với trục hoành như hình vẽ. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (*phần tô đen*).



A. $\frac{3017}{192}$. **B.** $\frac{343}{192}$. **C.** $\frac{1393}{192}$. **D.** $\frac{937}{192}$.

Câu 42: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+m-3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;100]$ để tam giác OAB có góc AOB không tù (O: gốc tọa độ)?

A. 102. **B.** 101. **C.** 100. **D.** 103.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại C, $BC=a\sqrt{2}$ và gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'B'$. Biết khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AC'M)$ bằng $\frac{2\sqrt{2}}{3}a$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và $D; AD=CD=a$, $AB=2a$.

Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của cạnh AB và $SH=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\cdot$ Tính khoảng cách d từ trọng tâm G của tam giác SCD đến mặt phẳng (SBC).

A. $d=\dfrac{2a}{3}\cdot$ **B.** $d=\dfrac{\sqrt{6}a}{6}\cdot$ **C.** $d=\dfrac{2\sqrt{15}a}{15}\cdot$ **D.** $d=\dfrac{\sqrt{6}a}{12}\cdot$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ và hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z+6=0,(Q):x-2y+z+2023=0$. Điểm M di động trên (S), điểm N di động trên (P) sao cho MN vuông góc với (Q). Độ dài lớn nhất của đoạn thẳng MN bằng

A. $9\sqrt{6}$. **B.** $20\sqrt{6}$. **C.** $9+2\sqrt{3}$. **D.** $11\sqrt{6}$.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-100;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^4+2ax^2+8x-a^2+55\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$?

A. 93. **B.** 102. **C.** 104. **D.** 103.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;2)$, trong đó a,b là các số hữu tỷ dương và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-2y+1=0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{33}}\cdot$ Giá trị của $a.b$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{4}\cdot$ **D.** 1.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

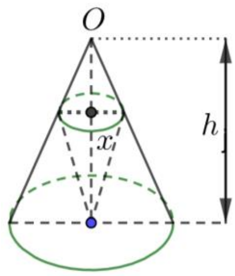
$$\log_3\left(x^2+y^2+7x+14y\right)^2+\log_2\left(x^2+y^2\right)\le\log_2\left(x^2+y^2+30x+60y\right)+2\log_3(x+2y)?$$

A. 11. **B.** 13. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 49: Cho hai số phức z,w thỏa mãn $|w+i|=\dfrac{3}{\sqrt{10}},10w=(3-i)(z-3)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2-i|+|z-6-i|$ bằng

A. $3+\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{58}$. **C.** $3\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{53}$.

Câu 50: Cho hình nón (N) có đỉnh O, chiều cao $h=12\ cm$. Một khối nón (N') có đỉnh là tâm đáy của (N) và có đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O đã cho (*tham khảo hình vẽ*). Tính chiều cao x $(0<x<12)$ của khối nón (N') để thể tích của nó là lớn nhất.



A. $x=6\ cm$. **B.** $x=6\sqrt{3}\ cm$. **C.** $x=4\ cm$. **D.** $x=8\ cm$.

------ ***HẾT*** ------

SỞ GD & ĐT GIA LAI
THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài : 90 Phút

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề / Câu	*101*	*102*	*103*	*104*
1	A	B	A	D
2	C	A	B	B
3	D	B	C	A
4	D	B	B	D
5	C	B	C	A
6	C	A	B	D
7	A	D	A	D
8	D	D	B	D
9	A	A	D	B
10	A	B	D	A
11	A	B	A	B
12	A	A	C	C
13	C	D	A	A
14	A	B	D	C
15	D	B	A	D
16	A	D	B	C
17	C	D	C	A
18	A	A	A	A
19	A	C	A	A
20	A	B	D	C
21	C	C	A	A
22	D	A	A	A
23	B	A	B	B
24	D	A	A	C
25	A	C	C	D
26	A	D	B	C
27	D	C	C	A
28	C	A	A	A
29	C	A	A	A
30	A	A	D	C
31	A	C	C	B
32	A	D	A	D
33	A	A	C	B
34	A	D	A	D
35	B	A	C	C
36	D	C	A	B
37	B	D	D	A
38	B	C	A	C
39	B	C	B	D
40	C	A	A	C

41	**D**	**C**	**B**	**D**
42	**A**	**C**	**A**	**A**
43	**C**	**B**	**C**	**B**
44	**D**	**A**	**C**	**A**
45	**B**	**D**	**C**	**C**
46	**B**	**C**	**B**	**B**
47	**C**	**A**	**B**	**D**
48	**B**	**D**	**A**	**A**
49	**D**	**C**	**A**	**D**
50	**C**	**D**	**B**	**C**

SỞ GD & ĐT GIA LAI

THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP

TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2023

Bài thi: TOÁN

Câu 1.

Môđun của số phức $z=-3+4i$ bằng

<$> 1. <$> 5. <$> 7. <$> $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $|z|=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$.

Câu 2.

Đạo hàm của hàm số $y=9^x+2023$ là:

<$> $y'=\frac{9^{x-1}}{\ln 9}$. <$> $y'=9^x\ln 9$. <$> $y'=\frac{9^x}{\ln 9}$. <$> $y'=x.9^{x-1}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $y'=(9^x+2023)'=9^x\ln 9$.

Câu 3.

Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là:

<$> $y'=ex^{e-1}$. <$> $y'=x^{e-1}$. <$> $y'=\frac{1}{e}x^{e-1}$. <$> $y'=\frac{x^{e+1}}{e+1}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $y'=(x^e)'=e.x^{e-1}$.

Câu 4.

Tập nghiệm của bất phương trình $4^{2x+1}\geq 64$ là:

<$> $(-\infty;1)$.

<$> $[-1;+\infty)$.

<$> $[1;+\infty)$.

<$> $(-\infty;-1)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có $4^{2x+1} \geq 64 \Leftrightarrow 4^{2x+1} \geq 4^3 \Leftrightarrow 2x+1 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Câu 5.

Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_{15} bằng

<$> 35. <$> 31. <$> 29. <$> 27.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Ta có $u_{15} = u_1 + 14d = 1 + 14.2 = 29$.

Câu 6.

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:

<$> $\overrightarrow{n_2} = (0;1;-2)$. <$> $\overrightarrow{n_3} = (1;-2;0)$. <$> $\overrightarrow{n_1} = (1;0;-2)$. <$> $\overrightarrow{n_4} = (1;-2;3)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Vectơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (1;0;-2)$.

Câu 7.

Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm nào dưới đây?

<$> $(-2;0)$. <$> $(2;0)$. <$> $(-4;0)$. <$> $(0;-4)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ cắt trục hoành $\Rightarrow y=0\Rightarrow 2x-4=0\Rightarrow x=2$.

Câu 8.

Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=-1$. Giá trị của tích phân $\int\limits_0^2 [f(x)-g(x)]dx$ bằng:

<$> -2. <$> 2. <$> 4. <$> -3.

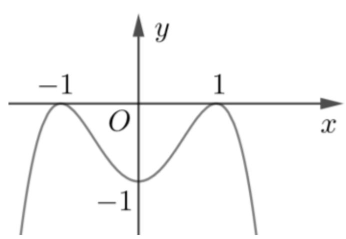
Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có $\int\limits_0^2 [f(x)-g(x)]dx=\int\limits_0^2 f(x)dx-\int\limits_0^2 g(x)dx=3-(-1)=4$.

Câu 9.

Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ?



<$> $y=x^4-2x^2-1$.

<$> $y=-x^4-2x^2-1$.

<$> $y=-x^4+2x^2-1$.

<$> $y=x^3-x^2+x-1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Câu 10.

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$ có bán kính R bằng

<$> $R=2$.
<$> $R=4$.
<$> $R=3$.
<$> $R=9$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $R = d(I,(P)) = \dfrac{|2.2 - 1.1 + 2.1 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 2$.

Câu 11.

Trong không gian $Oxyz$, gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (1;2;0), \vec{b} = (2;0;-1)$. Khi đó, giá trị $\cos\varphi$ bằng

<$> $\cos\varphi = \dfrac{2}{5}\cdot$

<$> $\cos\varphi = 0$.

<$> $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{5}\cdot$

<$> $\cos\varphi = -\dfrac{\sqrt{2}}{5}\cdot$

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $\cos(\vec{a},\vec{b}) = \dfrac{1.2 + 2.0 + 0.(-1)}{\sqrt{5}.\sqrt{5}} = \dfrac{2}{5}\cdot$

Câu 12.

Cho hai số phức $z_1 = 1 - i,\ z_2 = 5i - 3$. Phần ảo của số phức $w = z_1.\overline{z_2} + z_2$ là:

<$> 3.

<$> -3.

<$> -11.

<$> 11.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $w = z_1.\overline{z_2} + z_2 = (1 - i)(-5i - 3) + 5i - 3 = -11 + 3i$.

Câu 13.

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt $a, 2a, 3a$ là:

<$> $V = 2a^3$. <$> $V = 3a^3$. <$> $V = 6a^3$. <$> $V = a^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có $V = a.2a.3a = 6a^3$.

Câu 14.

Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

<$> $V = 4a^3$.

<$> $V = 2a^3$.

<$> $V = a^3$.

<$> $V = 3a^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Do khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc nên $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB.AC.AD = 2a^3$.

Câu 15.

Cho mặt cầu tâm O có đường kính $12\,\text{cm}$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đã cho khi và chỉ khi khoảng cách từ O đến (P) bằng

<$> $12\,\text{cm}$. <$> $24\,\text{cm}$. <$> $4\,\text{cm}$. <$> $6\,\text{cm}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đã cho khi và chỉ khi khoảng cách từ O đến (P) bằng bán kính.

Câu 16.

Phần thực của số phức $z = 3 - (2i - 4)$ là:

<$> -1. <$> 1. <$> -2. <$> 7.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Ta có $z = 3 - (2i - 4) = 7 - 2i$.

Câu 17.

Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

<$> 1.
<$> $\frac{1}{2}$.
<$> $\frac{2}{3}$.
<$> $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Gọi R là bán kính của quả bóng bàn.

Ta có: $S_1 = 3.4\pi R^2 = 12\pi R^2, S_2 = 2\pi R.h = 2\pi R.6R = 12\pi R^2$. Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{12\pi R^2}{12\pi R^2} = 1$.

Câu 18.

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - 4t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

<$> $(1;-2;3)$.
<$> $(-1;2;-3)$.
<$> $(-3;4;5)$.
<$> $(3;4;5)$.

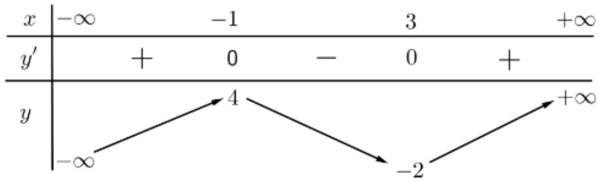
Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Đường thẳng d đi qua điểm $(1;-2;3)$.

Câu 19.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

<$> $(0;4)$. <$> $(-1;0)$. <$> $(3;-2)$. <$> $(-1;4)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Câu 20.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

<$> $y=-5$.

<$> $y=-2$.

<$> $y=1$.

<$> $y=2$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+5}{2-x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2+\dfrac{5}{x}}{\dfrac{2}{x}-1}=-2\Rightarrow y=-2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 21.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)>-3$ là:

<$> $[-1;7)$. <$> $(-1;5)$. <$> $(-1;7)$. <$> $(7;+\infty)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Điều kiện $x+1>0\Leftrightarrow x>-1$.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -3 \Rightarrow x+1 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8 \Rightarrow x < 7$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-1;7)$.

Câu 22.

Một đội văn nghệ có 6 bạn nam và 4 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 bạn gồm 1 nam và 1 nữ để thể hiện một tiết mục song ca?

<$> 24.

<$> 90.

<$> 45.

<$> 10.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Số cách chọn 2 bạn gồm 1 nam và 1 nữ để thể hiện một tiết mục song ca là: $C_6^1.C_4^1 = 24$.

Câu 23.

Cho $\int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = F(x) + C$ với $x \neq 0$ và C là hằng số. Khẳng định nào dưới đây đúng?

<$> $F'(x) = -\frac{2}{x^3}$.

<$> $F'(x) = \frac{1}{x^2}$.

<$> $F'(x) = -\frac{1}{x}$.

<$> $F'(x) = 2\ln|x|$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $F(x) = \left(\int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x\right)' = \frac{1}{x^2}$.

Câu 24.

Nếu $\int_1^3 [2f(x)+1]dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

<$> 3.

<$> 2.

<$> $\frac{3}{4}$.

<$> $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Ta có $5=\int_1^3[2f(x)+1]dx=2\int_1^3 f(x)dx+\int_1^3 dx=2\int_1^3 f(x)dx+2$

$\Rightarrow\int_1^3 f(x)dx=\frac{3}{2}.$

Câu 25.

Cho hàm số $f(x)=\sin x+5x^4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

<$> $\int f(x)dx=-\cos x+x^5+C$.

<$> $\int f(x)dx=-\cos x+20x^3+C$.

<$> $\int f(x)dx=\cos x+20x^3+C$.

<$> $\int f(x)dx=\cos x+x^5+C$.

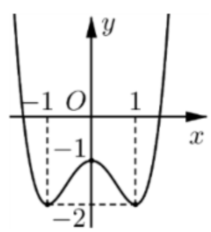
Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $\int f(x)dx=\int\sin xdx+\int 5x^4dx=-\cos x+x^5+C$.

Câu 26.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

<$> Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

<$> Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

<$> Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

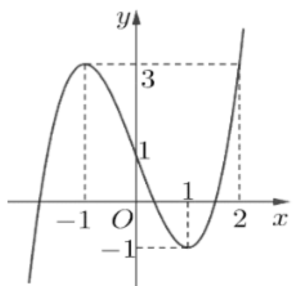
<$> Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Câu 27.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Tổng giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số đã cho bằng

<$> 3.

<$> 5.

<$> 2.

<$> 0.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$, ta có $y_{CT} = -1$ và $y_{CĐ} = 3$. Vậy $y_{CT} + y_{CĐ} = 2$.

Câu 28.

Cho các số thực dương phân biệt a, b đều khác 1 và thỏa mãn $\ln a = x, \ln b = y$. Tính giá trị của biểu thức $\ln\left(a^5 b^4\right)$ theo x và y.

<$> $P = x^5 + y^4$. <$> $P = 20xy$. <$> $P = 5x + 4y$. <$> $P = x^5 y^4$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có $\ln\left(a^5 b^4\right) = \ln a^5 + \ln b^4 = 5\ln a + 4\ln b = 5x + 4y$.

Câu 29.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2$, trục hoành và đường thẳng $x = 9$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành có thể tích V bằng:

<$> $V = \frac{5\pi}{6}$.

<$> $V = \frac{7\pi}{6}$.

<$> $V = \frac{11\pi}{6}$.

<$> $V=\frac{13\pi}{6}\cdot$

Hướng dẫn giải.

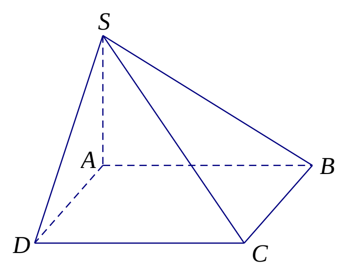
Chọn C.

Ta có $y=\sqrt{x}-2=0\Leftrightarrow x=4$.

Thể tích là: $V_{Ox}=\pi\int\limits_4^9\left(\sqrt{x}-2\right)^2dx=\frac{11\pi}{6}\cdot$

Câu 30.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{2}$ (*tham khảo hình bên dưới*).



Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

<$> 60^0. <$> 30^0. <$> 90^0. <$> 45^0.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $CD\perp SA, BC\perp AD\Rightarrow CD\perp SD$ (theo định lí ba đường vuông góc).

Vậy góc hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $(AD,SD)=SDA$.

Từ $AC=a\sqrt{2}\Leftrightarrow AB=a$, xét tam giác SAD vuông tại A, ta có $\tan SBA=\frac{SA}{AD}=\sqrt{3}\Rightarrow SBA=60^0$.

Câu 31.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		1		-2		$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt là:

<$> 7. <$> 4. <$> 5. <$> 6.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có $2f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{m}{2}$.

Phương trình $2f(x)+m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi $-2<-\frac{m}{2}<1 \Leftrightarrow -2<m<4$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1;2;3\}$.

Câu 32.

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm là $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ là:

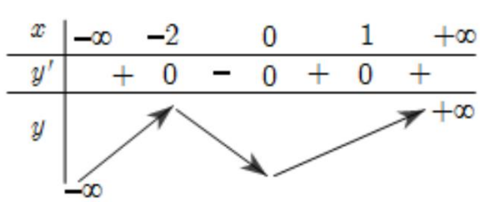
<$> $(-2;0)$. <$> $(-2;0)$ và $(1;+\infty)$.

<$> $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$. <$> $(-\infty;-2)$ và $(0;1)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:



Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 33.

Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên các học sinh đó thành hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất để không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau.

<$> $\frac{65}{66}$. <$> $\frac{1}{66}$. <$> $\frac{7}{99}$. <$> $\frac{1}{22}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Ta có $n(\Omega)=11!$

Gọi A là biến cố để không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau.

Xếp 6 học sinh nam vào 6 vị trí ta có $6!$ cách sắp xếp.

Giữa 6 học sinh nam đó tạo thành 7 vách ngăn. Ta xếp 5 học sinh nữ vào 7 vị trí ta có A_7^5 cách sắp xếp.

Suy ra $n(A)=6!.A_7^5$.

Vậy $P(A)=\dfrac{6!.A_7^5}{11!}=\dfrac{1}{22}\cdot$

Câu 34.

Biết phương trình $\log_2^2 x+3\log_2 x^2-7=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 $(x_1>x_2)$. Giá trị của x_1-2x_2 bằng

<$> $\dfrac{129}{64}\cdot$

<$> 15.

<$> $\dfrac{127}{64}\cdot$

<$> 14.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Điều kiện: $x>0$.

$\log_2^2 x+18\log_8 x-7=0 \Leftrightarrow \log_2^2 x+6\log_2 x-7=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=-7\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\dfrac{1}{128}\end{array}\right.\cdot$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1=2,x_2=\dfrac{1}{128}$ nên $x_1-2x_2=\dfrac{127}{64}\cdot$

Câu 35.

Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức

$w=\left(1+i\sqrt{3}\right)z+2$ là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó là:

<$> $R=2$.
<$> $R=4$.
<$> $R=8$.
<$> $R=16$.
Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có: $w=\left(1+i\sqrt{3}\right)z+2\Leftrightarrow z=\dfrac{w-2}{1+i\sqrt{3}}\Rightarrow z-1=\dfrac{w-2}{1+i\sqrt{3}}-1=\dfrac{w-2-1-i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}=\dfrac{w-3-i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}$

Do đó: $|z-1|=1\Leftrightarrow\left|\dfrac{w-3-i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}\right|=1\Leftrightarrow\left|w-3-i\sqrt{3}\right|=\left|1+i\sqrt{3}\right|=2$.

Vậy $R=2$.

Câu 36.

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và phương trình hai mặt phẳng $(P):2x+2y+z+1=0$, $(Q):2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, song song với cả (P) và (Q) là:

<$> $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{-6}$.

<$> $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{6}$.

<$> $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{-6}$.

<$> $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-4}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;2;1)$ và $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(2;-1;2)$.

Vì $d\parallel(P)$ và $d\parallel(Q)$ nên $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(5;-2;-6)$.

Vậy phương trình của d là: $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{-6}$.

Câu 37.

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;2;0)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z-4=0$. Điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P). Tính $a+b+c$.

<$> $a+b+c=4$.
<$> $a+b+c=6$.
<$> $a+b+c=2$.
<$> $a+b+c=-3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Đường thẳng MH đi qua M và nhận $\vec{n}=(2;1;-1)$ làm vectơ chỉ phương nên phương trình tham số đường thẳng MH là $\begin{cases} x=4+2t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$. Suy ra $H(4+2t;2+t;-t)$.

Từ $H\in(P)\Rightarrow 2(4+2t)+(2+t)-(-t)-4=0\Rightarrow t=-1\Rightarrow H(2;1;1)$.

Vậy $a+b+c=4$.

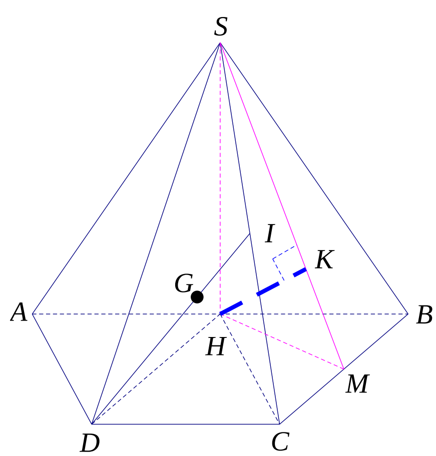
Câu 38.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và $D; AD=CD=a$, $AB=2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của cạnh AB và $SH=\frac{a\sqrt{6}}{2}\cdot$ Tính khoảng cách d từ trọng tâm G của tam giác SCD đến mặt phẳng (SBC).

<$> $d=\frac{\sqrt{6}a}{12}\cdot$ <$> $d=\frac{2a}{3}\cdot$ <$> $d=\frac{\sqrt{6}a}{6}\cdot$ <$> $d=\frac{2\sqrt{15}a}{15}\cdot$

Hướng dẫn giải.

Chọn A.



Chứng minh được tứ giác $AHCD$ là hình vuông.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC và K là hình chiếu vuông góc của H lên SM.

Tam giác HBC vuông tại H có $BC = a\sqrt{2}$ và $HM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $DH \parallel BC \Rightarrow d(D,(SBC)) = d(H,(SBC)) = HK$.

Tam giác SHM vuông tại H có $HK = \frac{HM.HS}{\sqrt{HM^2 + HS^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $d(D,(SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Do đó $d(G,(SBC)) = \frac{1}{3}d(D,(SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Câu 39.

Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình

$$\log_3\left(x^2+8\right) - \log_3 x + x^2 - 9x + 6 \le 0.$$

<$> 72.

<$> 45.

<$> 28.

<$> 36.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $\log_3\left(x^2+8\right) - \log_3 x + x^2 - 9x + 6 \le 0 \Leftrightarrow \log_3\left(x^2+8\right) + \left(x^2+8\right) \le \log_3(9x) + 9x$.

Xét hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t\ln 3} > 0, \forall t > 0$, suy ra hàm số $y = f(t)$ luôn đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do đó $\log_3\left(x^2+8\right) - \log_3 x + x^2 - 9x + 6 \le 0 \Leftrightarrow f\left(x^2+8\right) \le f(9x) \Leftrightarrow x^2 + 8 \le 9x \Leftrightarrow 1 \le x \le 8$.

So sánh với điều kiện $x > 0$ suy ra tập nghiệm nguyên của bất phương trình là $S = \{1;2;...;7;8\}$.

Vậy tổng các phần tử bằng $\frac{8.9}{2} = 36$.

Câu 40.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;6]$ và thỏa mãn $f(0)=2, \int_0^2 (2x-4)f'(x)dx=4$. Tính $\int_0^6 f\left(\frac{x}{3}\right)dx$.

<$> $I=-18$.

<$> $I=-6$.

<$> $I=18$.

<$> $I=6$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Đặt $\begin{cases} u=2x-4 \\ dv=f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=2dx \\ v=f(x) \end{cases}$.

Ta có $4=\int_0^2 (2x-4)f'(x)dx=(2x-4)f(x)\big|_0^2-2\int\limits_0^2 f(x)dx$

$=4f(0)-2\int\limits_0^2 f(x)dx \Rightarrow \int\limits_0^2 f(x)dx=2$.

Vậy $\int_0^6 f\left(\frac{x}{3}\right)dx=3\int\limits_0^2 f(t)dt=6$.

Câu 41.

Gọi A,B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+m-3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;100]$ để tam giác OAB có góc AOB không tù (O: gốc tọa độ)?

<$> 103.

<$> 102.

<$> 101.

<$> 100.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $y'=3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Do đó, đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị A,B.

Khi đó, các điểm cực trị của đồ thị là: $A(0;m-3)$, $B(-2;m+1)$.

Các điểm O,A,B thẳng hàng khi hai vectơ $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}$ cùng phương

$\Rightarrow 0.(m+1)+2(m-3)=0 \Rightarrow m=3 \ \ (1)$.

Tam giác OAB có góc AOB không tù khi $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} \geq 0 \Leftrightarrow (m-3)(m+1) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{array}\right. \ \ (2)$.

Từ (1) và (2), suy ra $\left[\begin{array}{l} m \leq -1 \\ m > 3 \end{array}\right.$.

Vì $m \in [-5;100]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-5;-4;-3;-2;-1\} \cup \{4;5;...;99;100\} \Rightarrow$ có $5+97=102$ giá trị của m.

Câu 42.

Cho hai số phức z,w thỏa mãn $|w+i| = \dfrac{3}{\sqrt{10}}, 10w = (3-i)(z-3)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z-2-i| + |z-6-i|$ bằng

<$> $2\sqrt{53}$.
<$> $2\sqrt{58}$.
<$> $3\sqrt{10}$.
<$> $3+\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Đặt $z = x+yi, M(z) = M(x;y)$, ta có:

$10w = (3-i)(z-3) \Leftrightarrow 10w + 10i = (3-i)(z-3) + 10i$

$\Leftrightarrow 10(w+i) = (3-i)(z-3) + 10i \Leftrightarrow (3-i)(3+i)(w+i) = (3-i)(z-3) + 10i$

$\Leftrightarrow (3+i)(w+i) = z - 3 + \dfrac{10i}{3-i} = z - 3 + \dfrac{10i(3+i)}{10} = z - 4 + 3i$

$\Rightarrow |z-4+3i| = |(3+i)(w+i)| = |3+i|.|w+i| = \sqrt{10} \cdot \dfrac{3}{\sqrt{10}} = 3$

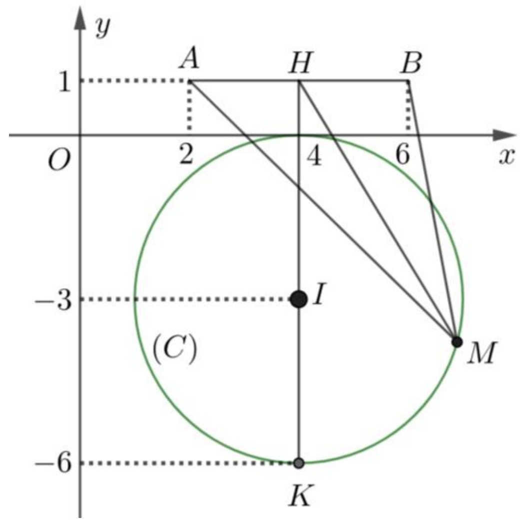
$\Rightarrow M \in (C): (x-4)^2 + (y+3)^2 = 9$

$P = |z-2-i| + |z-6-i| = |z-(2+i)| + |z-(6+i)| = |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA}| + |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB}| = MA + MB$

với các điểm $A(2;1), B(6;1)$.

Ta có $P = MA + MB \leq \sqrt{2(MA^2 + MB^2)} = \sqrt{4MH^2 + AB^2} \leq \sqrt{4KH^2 + AB^2}$, với H trung điểm AB và $I(4;-3)$ là tâm của (C). Dấu "=" xảy ra khi M trùng K với ba điểm H, I, K thẳng hàng (hình vẽ)

Vậy $P_{\max} = \sqrt{4KH^2 + AB^2} = \sqrt{4.49 + 16} = \sqrt{212} = 2\sqrt{53}$.



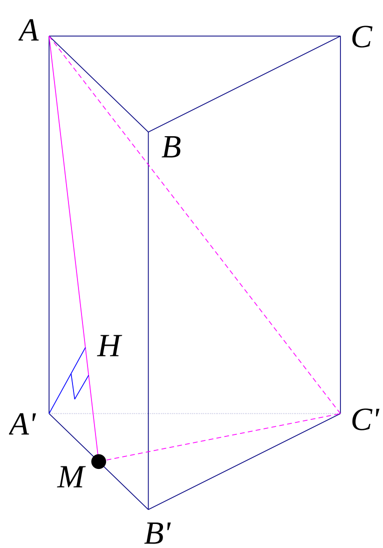
Câu 43.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại C, $BC = a\sqrt{2}$ và gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'B'$. Biết khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AC'M)$ bằng $\frac{2\sqrt{2}}{3}a$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

<$> $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. <$> $\sqrt{2}a^3$. <$> $2\sqrt{2}a^3$. <$> $4\sqrt{2}a^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.



Ta có $C'M \perp A'B', C'M \perp A'A \Rightarrow C'M \perp (A'ABB') \Rightarrow (AC'M) \perp (A'ABB')$ và đường thẳng AM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(AC'M), (A'ABB')$.

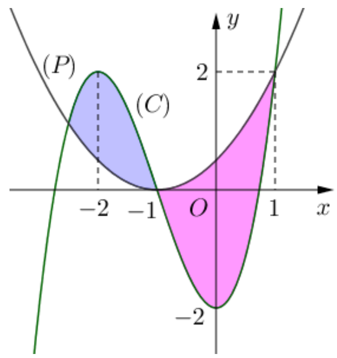
Từ đó, kẻ $A'H \perp AM \Rightarrow A'H \perp (AC'M) \Rightarrow A'H = d(A',(AC'M)) = \frac{2\sqrt{2}}{3}a$.

Ta có $A'M = a$ và xét tam giác vuông $AA'M$ có $\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{A'M^2} \Rightarrow A'A = 2\sqrt{2}a$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'A = \frac{1}{2}\cdot\left(a\sqrt{2}\right)^2.2\sqrt{2}a = 2\sqrt{2}a^3$ (đvtt).

Câu 44.

Cho đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba và parabol (P) có đỉnh trên Ox và trục đối xứng của (P) vuông góc với trục hoành như hình vẽ. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (*phần tô đen*).



<$> $\frac{3017}{192}$.　　<$> $\frac{937}{192}$.　　<$> $\frac{343}{192}$.　　<$> $\frac{1393}{192}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

* Gọi $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$.

Do (C) cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -2 nên $d = -2$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Từ đồ thị của (C), ta có hệ phương trình $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(-2) = 0 \\ y(1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a - 4b = 0 \\ a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = 3 \\ a = 1 \end{cases}$.

Do đó $(C): y = x^3 + 3x^2 - 2$.

* Từ đồ thị của (P), ta được $(P): y = m(x+1)^2 \quad (m \neq 0)$

Do (P) đi qua điểm $(1;2)$ nên ta được $2=m.4 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

Do đó $(P): y=\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và (P) là:

$$x^3+3x^2-2=\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x^3+5x^2-2x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{5}{2} \\ x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Vậy $S=\left|\int_{-\frac{5}{2}}^{-1}\left(x^3+\frac{5}{2}x^2-x-\frac{5}{2}\right)\right|+\left|\int_{-1}^{1}\left(x^3+\frac{5}{2}x^2-x-\frac{5}{2}\right)\right|=\frac{937}{192}$.

Câu 45.

Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z+1-2i|=|\overline{z}+3+4i|$ và $\frac{z-2i}{\overline{z}+i}$ là một số thuần ảo?

<$> 0.

<$> Vô số.

<$> 1.

<$> 2.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Theo bài ra, ta có

$|x+1+(y-2)i|=|x+3+(4-y)i| \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=(x+3)^2+(y-4)^2 \Leftrightarrow y=x+5$

Số phức $w=\frac{z-2i}{\overline{z}+i}=\frac{x+(y-2)i}{x+(1-y)i}=\frac{x^2-(y-2)(y-1)+x(2y-3)i}{x^2+(y-1)^2}$

w là một số thuần ảo khi và chỉ khi $\begin{cases} x^2-(y-2)(y-1)=0 \\ x^2+(y-1)^2>0 \\ y=x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{12}{7} \\ y=\dfrac{23}{7} \end{cases}$.

Vậy $z=-\dfrac{12}{7}+\dfrac{23}{7}i$. Vậy chỉ có 1 số phức z thỏa mãn.

Câu 46.

Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;2)$, trong đó a,b là các số hữu tỷ dương và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-2y+1=0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{33}}\cdot$ Giá trị của $a.b$ bằng

<$> 1.
<$> 0.
<$> $\dfrac{1}{4}$.
<$> 4.

Hướng dẫn giải.
Chọn C.
Vì $A\in Ox, B\in Oy, C\in Oz; a>0, b>0$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{2}=1.$$

$$d(O,(ABC))=\frac{2}{\sqrt{33}} \Leftrightarrow \frac{|-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2+\left(\frac{1}{b}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}}=\frac{2}{\sqrt{33}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=8 \quad (1)$$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (P) lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=\left(\dfrac{1}{a};\dfrac{1}{b};\dfrac{1}{2}\right)$ và $\overrightarrow{n_2}=(2;-2;0)$. Vì $(ABC)\perp(P)$ nên $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0 \Leftrightarrow \dfrac{2}{a}-\dfrac{2}{b}=0 \quad (2)$

Từ $(1),(2)$ và điều kiện $a>0, b>0 \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy $a.b=\dfrac{1}{4}\cdot$

Câu 47.

Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_3\left(x^2+y^2+7x+14y\right)^2+\log_2\left(x^2+y^2\right)\le\log_2\left(x^2+y^2+30x+60y\right)+2\log_3(x+2y)\,?$$

<$> 10. <$> 12. <$> 11. <$> 13.

Hướng dẫn giải.
Chọn D.
Điều kiện: $x+2y>0$.

Ta có

$$\log_3\left(x^2+y^2+7x+14y\right)^2+\log_2\left(x^2+y^2\right)\le\log_2\left(x^2+y^2+30x+60y\right)+2\log_3(x+2y)$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3\left(x^2+y^2+7x+14y\right)-2\log_3(x+2y)\le\log_2\left(x^2+y^2+30x+60y\right)-\log_2\left(x^2+y^2\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}+7\right)-\log_2\left(1+\frac{30\left(x+2y\right)}{x^2+y^2}\right)\le 0 \quad (*)$$

Đặt $u=\dfrac{x^2+y^2}{x+2y}$, $u>0$.

Bất phương trình $(*)$ trở thành $\Leftrightarrow 2\log_3\left(u+7\right)-\log_2\left(1+\dfrac{30}{u}\right)\le 0 \;\; (**)$.

Xét hàm số $f(u)=2\log_3\left(u+7\right)-\log_2\left(1+\dfrac{30}{u}\right), u>0$.

Ta có $f'(u)=\dfrac{2}{(7+u)\ln 3}+\dfrac{30}{\left(u^2+30u\right)\ln 2}>0, \forall u>0$.

Do đó, hàm số $y=f(u)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Mặt khác, ta có $f(2)=0$.

Vậy $(**)\Leftrightarrow u\le 2\Leftrightarrow \dfrac{x^2+y^2}{x+2y}\le 2\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2\le 4$.

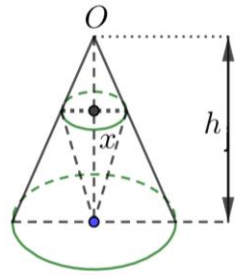
Từ $(y-2)^2\ge 0\Rightarrow -1\le x\le 3$.

Gía trị nguyên của x	-1	$x=0$	$x=1$	$x=2$	$x=3$
Số giá trị nguyên của y	$y=2$	$y\in\{1;2;3\}$	$y\in\{0;1;2;3;4\}$	$y\in\{1;2;3\}$	$y=2$
Số cặp $(x;y)$	1	3	5	3	1

Có tất cả 13 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 48.

Cho hình nón (N) có đỉnh O, chiều cao $h=12\ cm$. Một khối nón (N') có đỉnh là tâm đáy của (N) và có đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O đã cho (*tham khảo hình vẽ*). Tính chiều cao x $(0<x<12)$ của khối nón (N') để thể tích của nó là lớn nhất.



<$> $x=4\ cm$.
<$> $x=8\ cm$.
<$> $x=6\ cm$.
<$> $x=6\sqrt{3}\ cm$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Gọi R,r là bán kính hình nón đỉnh O và khối nón (N') có đáy là thiết diện

Ta có $\frac{r}{R}=\frac{h-x}{h}\Rightarrow r=\frac{h-x}{h}.R\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi R^2.\left(\frac{h-x}{h}\right)^2 x$

$V_{\max}$ khi và chỉ khi hàm số $y=(h-x)^2 x$ hay $y=x^3-2hx^2+h^2x$ đạt GTLN trên khoảng $(0;h)$

BBT

x	0		$\frac{h}{3}$		h
y'		$+$	0	$-$	
y		↗	$y_{CĐ}$	↘	

Dựa vào BBT, ta có: $x=\frac{h}{3}=4$.

Câu 49.

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ và hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z+6=0,(Q):x-2y+z+2023=0$. Điểm M di động trên (S), điểm N di động trên (P) sao cho MN vuông góc với (Q). Độ dài lớn nhất của đoạn thẳng MN bằng

<$> $20\sqrt{6}$.
<$> $11\sqrt{6}$.
<$> $9\sqrt{6}$.

<$> $9+2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=3$ và (P) có VTPT là $\vec{n}=(1;2;2)$.

$d\left(I,P\right)=\dfrac{\left|-1+4+2+6\right|}{3}=\dfrac{11}{3}>3\Rightarrow\left(S\right)\cap\left(P\right)=\varnothing$

$M\in\left(S\right),N\in\left(P\right),MN\perp\left(Q\right)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(1;-2;1\right)$.

Gọi α là góc giữa đường thẳng MN với mặt phẳng $(P)\Rightarrow\sin\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{MN},\vec{n}\right)\right|=\dfrac{\left|1-4+2\right|}{3\sqrt{6}}=\dfrac{1}{3\sqrt{6}}$.

Ta có $MN=\dfrac{MH}{\sin\alpha}=3\sqrt{6}MH\le3\sqrt{6}\left(d\left(I,mp\left(P\right)\right)+R\right)=3\sqrt{6}\left(\dfrac{11}{3}+3\right)=20\sqrt{6}$.

Khi đó, điểm H là hình chiếu vuông góc của M lên (P).

Câu 50.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-100;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^4+2ax^2+8x-a^2+55\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$?

<$> 104.

<$> 93.

<$> 102.

<$> 103.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Xét hàm số $f(x)=x^4+2ax^2+8x-a^2+55$ trên khoảng $(-2;-1)$.

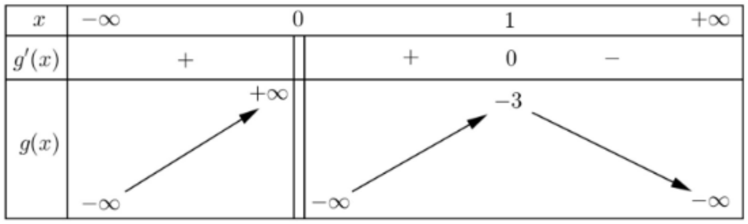
Ta có $f'(x)=4x^3+4ax+8$. Xảy ra các trường hợp sau:

TH1. $f'(x)\le0,\forall x\in(-2;-1)\Leftrightarrow4x^3+4ax+8\le0,\forall x\in(-2;-1)\Leftrightarrow a\ge-x^2-\dfrac{2}{x},\forall x\in(-2;-1)$.

Xét hàm số $g(x)=-x^2-\dfrac{2}{x},x\in(-2;-1)$

Ta có $g'(x)=-2x+\dfrac{2}{x^2}=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:



Từ BBT, ta được: $a \ge -x^2 - \dfrac{2}{x}, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow a \ge f(-1) = 1$.

Để hàm số $y = \left|x^4 + 2ax^2 + 8x - a^2 + 55\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$ thì

$$f(-1) = -a^2 + 2a + 48 \ge 0 \Leftrightarrow -6 \le a \le 8.$$

Do đó $a \in [1;8] \Rightarrow a \in \{1;2;...;7;8\} \Rightarrow$ có 8 giá trị của a.

TH2. $f'(x) \ge 0, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow 4x^3 + 4ax + 8 \ge 0, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow a \le -x^2 - \dfrac{2}{x}, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow a \le -3$.

Để hàm số $y = \left|x^4 + 2ax^2 + 8x - a^2 + 55\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$ thì

$$f(-1) = -a^2 + 2a + 48 \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \le -6 \\ a \ge 8 \end{array}\right..$$

Vì $a \in (-100;+\infty)$ và $a \in \mathbb{Z}$ nên $a \in \{-99;-98;...;-5;-6\} \Rightarrow$ có 94 giá trị của a.

Vậy có tất cả 102 giá trị của a cần tìm.

…….HẾT…….