



Họ tên học sinh..... SBD..... Phòng.....

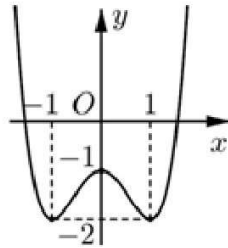
**Câu 1:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a, AC = 2a, SA \perp (ABC)$  và  $SA = a$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      C.  $\frac{a^3}{3}$ .      D.  $\frac{2a^3}{3}$ .

**Câu 2:** Nếu  $\int_0^1 f(x)dx = 4$  thì  $\int_0^1 2f(x)dx$  bằng

- A. 8.      B. 4.      C. 16.      D. 2.

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như sau:



Hàm số đạt cực đại tại

- A. 0.      B. -1.      C. 1.      D. -2.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1;0;2)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$ . Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$  tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là

- A.  $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$ .      B.  $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ .  
 C.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$ .      D.  $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$ .

**Câu 5:** Cho hai số phức  $z_1 = 2 + 3i$ ,  $z_2 = -4 - i$ . Số phức  $z = z_1 - z_2$  có môđun là

- A.  $\sqrt{13}$ .      B.  $2\sqrt{2}$ .      C.  $2\sqrt{13}$ .      D.  $2\sqrt{17}$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $M(1;3;-1)$ .      B.  $M(-3;5;3)$ .      C.  $M(3;5;3)$ .      D.  $M(1;2;-3)$ .

**Câu 7:** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  có phương trình là

- A.  $y = 1$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $y = -1$ .

**Câu 8:** Cho số phức  $z = 1 + 9i$ . Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tọa độ điểm  $M$  biểu diễn số phức đã cho.

- A.  $M(1;-9)$ .      B.  $M(1;9)$ .      C.  $M(-1;-9)$ .      D.  $M(-1;9)$ .

**Câu 9:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 2^{x+4}$  là

- A.  $(0;16)$ .                      B.  $(-\infty;4)$ .                      C.  $(0;4)$ .                      D.  $(4;+\infty)$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ . Bán kính của  $(S)$  bằng

- A. 6.                      B. 3.                      C. 9.                      D. 18.

**Câu 11:** Cho hai số phức  $z_1 = 4 - 3i$  và  $z_2 = 1 + 2i$ . Phần thực của số phức  $\frac{z_1}{z_2}$  bằng

- A. 1.                      B.  $-\frac{2}{5}$ .                      C. 2.                      D.  $-\frac{11}{5}$ .

**Câu 12:** Đạo hàm trên khoảng  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$  của hàm số  $y = \log_2(2x+1)$  là

- A.  $y' = \frac{2}{2x+1}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$ .                      C.  $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ .                      D.  $y' = \frac{1}{2x+1}$ .

**Câu 13:** Đạo hàm trên khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$  của hàm số  $y = (2x-1)^{\frac{1}{3}}$  là:

- A.  $y' = (2x-1)^{\frac{1}{3}} \cdot \ln|2x-1|$ .                      B.  $y' = \frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{4}{3}}$ .  
 C.  $y' = \frac{1}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}$ .                      D.  $y' = \frac{2}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}$ .

**Câu 14:** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $3x - z + 1 = 0$ . Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  có tọa độ là

- A.  $(3;0;-1)$ .                      B.  $(3;-1;0)$ .                      C.  $(-3;1;1)$                       D.  $(3;-1;1)$ .

**Câu 15:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và số hạng thứ hai  $u_2 = -6$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

- A. 12.                      B. -12.                      C. -24.                      D. 24.

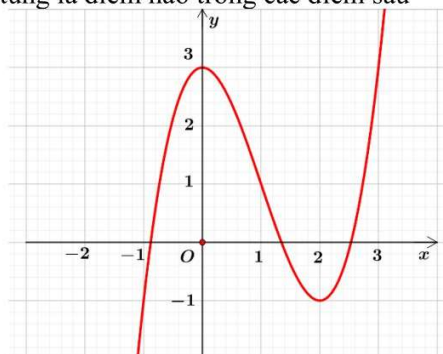
**Câu 16:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng  $a$ , đường cao là  $2a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A.  $2a^2$ .                      B.  $5a^2$ .                      C.  $2\sqrt{5}\pi a^2$ .                      D.  $\sqrt{5}\pi a^2$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (-1;1;0)$ ,  $\vec{b} = (1;1;0)$ ,  $\vec{c} = (1;1;1)$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\vec{b} \perp \vec{a}$                       B.  $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ .                      C.  $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ .                      D.  $\vec{b} \perp \vec{c}$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là điểm nào trong các điểm sau

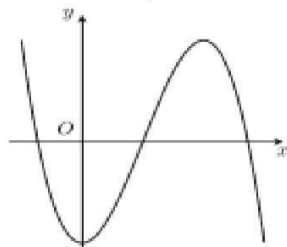


- A.  $(0;-3)$ .                      B.  $(0;3)$ .                      C.  $(-3;0)$ .                      D.  $(3;0)$ .

**Câu 19:** Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 18.                      B. 216.                      C. 36.                      D. 72.

**Câu 20:** Đường cong trong hình vẽ sau là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A.  $y = x^3 - 3x^2 - 2$ .                      B.  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ .  
 C.  $y = -x^4 + x^2 - 2$ .                      D.  $y = x^4 - x^2 - 2$ .

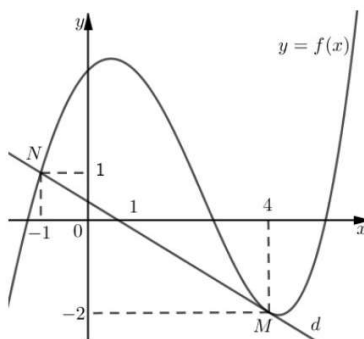
**Câu 21:** Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = e^{2x+1} + x^2$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{e}{2}$ .

- A.  $F(x) = e^{2x+1} + \frac{x^3}{3} - \frac{e}{2}$ .                      B.  $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3}$ .  
 C.  $F(x) = e^{2x+1} + \frac{x^3}{3}$ .                      D.  $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{e}{2}$ .

**Câu 22:** Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = -x^2 + 3x$  và  $y = 0$  khi quay quanh trục  $Ox$  bằng

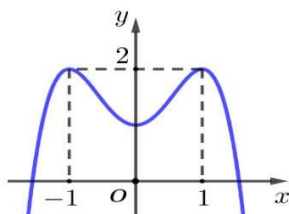
- A.  $\frac{81\pi}{10}$ .                      B.  $\frac{9}{2}$ .                      C.  $\frac{9\pi}{2}$ .                      D.  $\frac{81}{10}$ .

**Câu 23:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Tiếp tuyến  $d$  của  $(C)$  tại điểm  $M(4; -2)$  cắt đồ thị hàm số tại điểm thứ hai  $N(-1; 1)$ . Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi tiếp tuyến  $d$  và  $(C)$  bằng  $\frac{125}{12}$ . Tính  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .



- A.  $\frac{125}{36}$ .                      B.  $\frac{14}{3}$ .                      C.  $\frac{85}{12}$ .                      D.  $\frac{94}{15}$ .

**Câu 24:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong như bên dưới. Số các giá trị nguyên dương của  $m$  để phương trình  $7f(x) = m$  có 4 nghiệm phân biệt là



- A. 7.                      B. 5.                      C. 6.                      D. 8.

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(x-2)(4-x)^2$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. (1;4).                      B. (0;2).                      C. (3;5).                      D. (1;2).

**Câu 26:** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $\left(2^{x^2+2x+2} - 4^{x+3}\right)\left(\log_2(x^3 + 12x^2 + 45x + 54) - 2\right) \leq 0$ ?

- A. 6.                              B. 7                              C. 19.                              D. 20.

**Câu 27:** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương,  $a \neq 1$  và  $\log_a b = 5$ ,  $\log_a c = 7$ . Tính giá trị của biểu thức

$$P = \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{c}\right).$$

- A.  $P = 1$ .                      B.  $P = 4$ .                      C.  $P = -1$ .                      D.  $P = -4$ .

**Câu 28:** Cho số phức  $w$  thỏa mãn  $|w - 1 - i| = |w - 2i|$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $w$  là đường thẳng  $\Delta$ . Khoảng cách từ điểm  $A(1; -2)$  đến  $\Delta$  bằng

- A.  $2\sqrt{2}$ .                      B. 0                              C. 2.                              D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 29:** Một hộp có 8 bi xanh, 5 bi đỏ và 4 bi vàng. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 bi sao cho có đúng 1 bi đỏ?

- A.  $C_5^1 \cdot C_{12}^2$ .                      B.  $A_5^1 \cdot A_8^1 \cdot A_4^1$ .                      C.  $C_5^1 \cdot C_8^1 \cdot C_4^1$ .                      D.  $A_5^1 \cdot A_{12}^2$ .

**Câu 30:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{2023}(x-2) > 0$  là

- A. (2;3).                      B. (12; +∞).                      C. (-∞;3).                      D. (3; +∞).

**Câu 31:** Tích tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$  là

- A. 1.                              B. 2.                              C. 9.                              D. -7.

**Câu 32:** Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là:

- A.  $\frac{60}{143}$ .                      B.  $\frac{238}{429}$ .                      C.  $\frac{210}{429}$ .                      D.  $\frac{82}{143}$ .

**Câu 33:** Nếu  $\int_2^3 f(x)dx = 4$  thì  $\int_2^3 [3f(x) - 2]dx$  bằng bao nhiêu?

- A. 10.                              B. 18.                              C. 14.                              D. 6.

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , biết  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ  $A$  tới mặt phẳng  $(SCD)$ .

- A.  $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{14}}{6}$ .                      C.  $\frac{3a\sqrt{14}}{7}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{21}}{16}$ .

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $B(2;1;-3)$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(Q): x + y + 3z = 0$ ,  $(R): 2x - y + z = 0$ . Khoảng cách từ điểm  $M(-1;2;1)$  đến  $(P)$  bằng:

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .                              B.  $\frac{19\sqrt{2}}{10}$ .                              C.  $\frac{19\sqrt{6}}{6}$ .                              D.  $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ .

**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3;2;-5)$ . Điểm đối xứng của điểm  $M$  qua trục  $Oz$  là

- A.  $M_1(-3;-2;-5)$ .                      B.  $M_2(0;0;-5)$ .                      C.  $M_3(2;3;5)$ .                      D.  $M_4(0;0;5)$ .

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$		
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$		$3$		$0$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; -2)$ .      C.  $(-2; 2)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

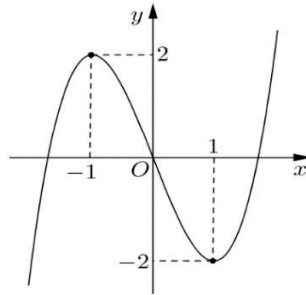
**Câu 38:** Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A.  $f(x) = 2xe^{x^2}$ .      B.  $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$ .      C.  $f(x) = e^{2x}$ .      D.  $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$ .

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , cạnh  $AC = a$ , các cạnh bên  $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính  $\tan$  của góc tạo bởi mặt bên  $(SAB)$  và mặt phẳng đáy  $(ABC)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B. 1.      C.  $\sqrt{2}$ .      D. 2

**Câu 40:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số là



- A. -1.      B. -2.      C. 1.      D. 2.

**Câu 41:** Cho các số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 - 1 - i| = \sqrt{2}$ ,  $|z_2| = |z_2 + 1 + i|$  và  $\frac{z_2 - z_1}{1 - 2i}$  là số thực.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = |z_1 - z_2|$ .

- A.  $\sqrt{5}$ .      B.  $3\sqrt{5}$ .      C.  $2\sqrt{5}$ .      D.  $5\sqrt{5}$ .

**Câu 42:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng

$AA'$  và  $BC$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ . Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ .

**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn:  $-xf'(x) \ln x + f(x) = 2x^2 f^2(x)$ ,  $\forall x \in (1; +\infty)$ ,  $f(x) > 0$ ,

$\forall x \in (1; +\infty)$  và  $f(e) = \frac{1}{e^2}$ . Tính diện tích  $S$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị

$y = xf'(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$ ,  $x = e^2$ .

- A.  $S = \frac{7}{3}$ .      B.  $S = \frac{5}{2}$ .      C.  $S = \frac{3}{2}$ .      D.  $S = \frac{5}{4}$ .

**Câu 44:** Cho hàm số  $f(x) = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(|x|)$  có đúng 3 điểm cực trị?

- A. 5                                      B. 1                                      C. 3                                      D. 4

**Câu 45:** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình  $z^2 - 2z + m^2 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  thuộc đoạn  $[-10; 10]$  để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|2z_1 - 1| = |2z_2 - 1|$ ?

- A. 21.                                      B. 18.                                      C. 19.                                      D. 17.

**Câu 46:** Cho hình nón đỉnh  $S$ , đáy là đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R = 5$ , góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 6$ . Tính khoảng cách từ  $O$  đến  $(SAB)$ .

- A.  $\frac{20\sqrt{273}}{90}$ .                                      B.  $\frac{20\sqrt{271}}{91}$ .                                      C.  $\frac{20\sqrt{273}}{91}$ .                                      D.  $\frac{20\sqrt{270}}{91}$ .

**Câu 47:** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương  $(x; y)$  thỏa mãn:

$$3(81^y + 4y) + 2026 \leq -x^2 + 2024x + \log_3 [(x - 2023)^3(1 - x)^3]$$

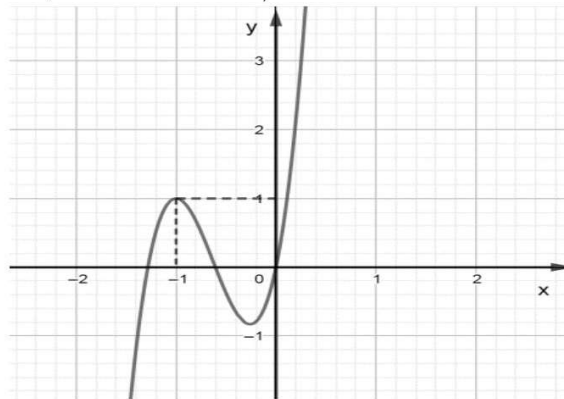
- A. 2021.                                      B. 2003.                                      C. 4042.                                      D. 4024.

**Câu 48:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y + z - 4 = 0$  và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ . Đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  đồng thời cắt và vuông góc với  $d$  có phương trình là

- A.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ .                                      B.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ .  
 C.  $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-3}$                                       D.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

**Câu 49:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình  $f\left(f\left(\sqrt{f(x)}\right) + f(x) + 2\sqrt{f(x)}\right) - f(1) = 0$  là



- A. 0.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 50:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho  $A(a; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$  với  $a, b, c > 0$  sao cho  $2OA - OB + 5\sqrt{OB^2 + OC^2} = 36$ . Khi thể tích khối chóp  $O.ABC$  đạt giá trị lớn nhất thì điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $M(1; 2; 5)$ .                                      B.  $N(3; 1; 2)$ .                                      C.  $E(2; 0; 2)$ .                                      D.  $F(4; 3; 2)$ .

----- HẾT -----

**Câu 1: Chọn B****Câu 2: Chọn A****Câu 3: Chọn A****Câu 4: Chọn D****Câu 5: Chọn C****Câu 6: Chọn B****Câu 7: Chọn A****Câu 8: Chọn B****Câu 9: Chọn B****Câu 10: Chọn B****Câu 11: Chọn C****Câu 12: Chọn C****Câu 13: Chọn D****Câu 14: Chọn A****Câu 15: Chọn C****Câu 16: Chọn D****Câu 17: Chọn D****Câu 18: Chọn B****Câu 19: Chọn B****Câu 20: Chọn B**

**Câu 21: Chọn B** Ta có  $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3} + C$  mà  $F(0) = \frac{e}{2} \Rightarrow C = 0$ . Vậy  $F(x) = \frac{e^{2x+1}}{2} + \frac{x^3}{3}$

**Câu 22: Chọn A** Phương trình hoành độ giao điểm.  $-x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$ .

Ta có.  $V = \pi \int_0^3 (-x^2 + 3x)^2 dx = \frac{81\pi}{10}$ .

**Câu 23: Chọn D** Đường thẳng  $d$  có phương trình là  $y = g(x) = \frac{-3}{5}x + \frac{2}{5}$ .

Gọi  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $a \neq 0$ )

Theo bài ra ta có:  $f(x) - g(x) = k.(x-4)^2.(x+1)$  Diện tích hình phẳng tạo bởi  $d$  và  $(C)$

$$S = \int_{-1}^4 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^4 k(x-4)^2(x+1) dx = \frac{625k}{12}$$

Theo giả thiết:  $\frac{625k}{12} = \frac{125}{12} \Leftrightarrow k = \frac{1}{5}$ . Khi đó:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d - \left(\frac{-3}{5}x + \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{5}(x-4)^2(x+1)$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + \left(c + \frac{3}{5}\right)x + d - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}x^3 - \frac{7}{5}x^2 + \frac{8}{5}x + \frac{16}{5}$$

Đồng nhất hệ số:  $a = \frac{1}{5}$ ,  $b = \frac{-7}{5}$ ,  $c = 1$ ,  $d = \frac{18}{5}$ . Vậy  $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{5}x^3 - \frac{7}{5}x^2 + x + \frac{18}{5}\right) dx = \frac{94}{15}$ .

**Câu 24: Chọn C**

**Câu 25: Chọn C**

**Câu 26: Chọn B**

Điều kiện của bất phương trình:  $x^3 + 12x^2 + 45x + 54 > 0 \Leftrightarrow (x+6)(x+3)^2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -6 \\ x \neq -3 \end{cases}$ .

Ta có:  $2^{x^2+2x+2} - 4^{x+3} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 = 2(x+3) \Leftrightarrow x = \pm 2$ .

$\log_2(x^3 + 12x^2 + 45x + 54) - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 12x^2 + 45x + 54 = 4 \Leftrightarrow (x+5)^2(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = -2 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu của vế trái (VT) bất phương trình đã cho

$x$	-6	-5	-3	-2	2	$+\infty$			
$2^{x^2+2x+2} - 4^{x+3}$		+	+	+	0	-	0	+	
$\log_2(x^3 + 12x^2 + 45x + 54) - 2$		-	0	-	-	0	+		+
VT		-	0	-	-	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu, ta được tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (-6; -3) \cup (-3; 2]$ .

Vậy có tất cả 7 số nguyên  $x$  thỏa mãn yêu cầu là:  $-5; -4; -2; -1; 0; 1; 2$ .

**Câu 27: Chọn D**

**Câu 28: Chọn A** Gọi  $w = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ), từ (1) ta có  $|x + yi - 1 - i| = |x + yi - 2i|$ .

$\Leftrightarrow |(x-1) + (y-1)i| = |x + (y-2)i| \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = x^2 + (y-2)^2 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$ .

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w$  trên mặt phẳng phức là đường thẳng  $\Delta: x - y + 1 = 0$ .

Khi đó  $d(A, \Delta) = \frac{|1 - (-2) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}$ .

**Câu 29: Chọn A**

**Câu 30: Chọn D**

**Câu 31: Chọn C** Điều kiện:  $x > 0$

Đặt  $t = \log_3 x$ , phương trình trở thành:  $t^2 - 2t - 7 = 0$  1

Do  $a.c = -7 < 0$  nên phương trình 1 có 2 nghiệm  $t_1; t_2$  phân biệt thỏa mãn  $t_1 + t_2 = 2$ .

Khi đó, các nghiệm của phương trình ban đầu là:  $x_1 = 3^{t_1}; x_2 = 3^{t_2} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 3^{t_1} \cdot 3^{t_2} = 3^{t_1+t_2} = 3^2 = 9$

**Câu 32: Chọn B** Gọi A là biến cố: “5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ”

-Không gian mẫu:  $|\Omega| = C_{15}^5$ .

-Số cách chọn 5 bạn trong đó có 4 nam, 1 nữ là:  $C_8^4 \cdot C_7^1$ .

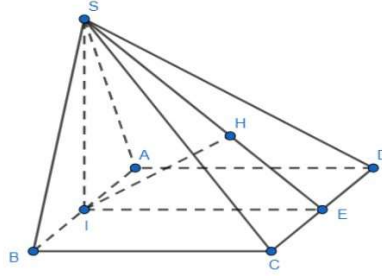
-Số cách chọn 5 bạn trong đó có 3 nam, 2 nữ là:  $C_8^3 \cdot C_7^2$ .

$\Rightarrow n(A) = C_8^4 \cdot C_7^1 + C_8^3 \cdot C_7^2 = 1666 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{1666}{C_{15}^5} = \frac{238}{429}$ .

**Câu 33: Chọn A**

**Câu 34: Chọn A**





Ta có  $d(A;(SCD)) = d(I;(SCD))$  Gọi  $E$  là trung điểm  $CD$ . Dựng  $IH \perp SE$  thì ta có

$$d(I;(SCD)) = IH = \frac{IE \cdot IS}{\sqrt{IE^2 + IS^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

**Câu 35: Chọn B**

Mặt phẳng  $(Q): x + y + 3z = 0$ ,  $(R): 2x - y + z = 0$  lần lượt có các vtpt là  $\vec{n}_1 = (1; 1; 3)$  và  $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$ .

Vì  $(P)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(Q)$ ,  $(R)$  nên  $(P)$  có vtpt là  $\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4; 5; -3)$

Ta lại có  $(P)$  đi qua điểm  $B(2; 1; -3)$  nên  $(P): 4(x-2) + 5(y-1) - 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$

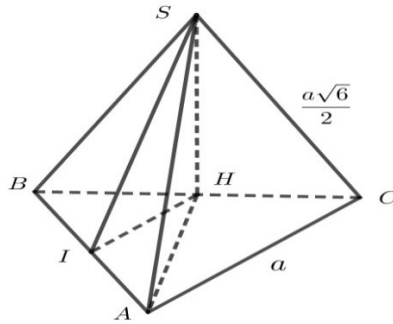
Khoảng cách từ điểm  $M(-1; 2; 1)$  đến  $(P)$  là:  $d(M, (P)) = \frac{|-4 + 10 - 3 - 22|}{\sqrt{16 + 25 + 9}} = \frac{19\sqrt{2}}{10}$ .

**Câu 36: Chọn A**

**Câu 37: Chọn C**

**Câu 38: Chọn A** Ta có  $f(x) = F'(x) \Rightarrow f(x) = (e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$ .

**Câu 39: Chọn D**



Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow HA = HB = HC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$ . mà  $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$  nên  $SH \perp BC$ ,

$\Delta SHA = \Delta SHB = \Delta SHC$  suy ra  $SH \perp (ABC)$ . Khi  $HI \perp AB \Rightarrow ((SAB), (ABC)) = (\widehat{SI, HI}) = \widehat{SIH}$ .

Ta có  $HI = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}a$ ,  $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a$

Xét tam giác  $SIH$  vuông tại  $H$ , ta có  $\tan \widehat{SIH} = \frac{SH}{IH} = \frac{a}{\frac{1}{2}a} = 2$

**Câu 40: Chọn D**

**Câu 41: Chọn A** Đặt  $z_1 = a + bi$ ;  $z_2 = c + di$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

$$|z_1 - 1 - i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 = 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2a + 2b. (1)$$

$$|\overline{z_2}| = |z_2 + 1 + i| \Leftrightarrow c^2 + d^2 = (c+1)^2 + (d+1)^2 \Leftrightarrow c + d + 1 = 0 \Leftrightarrow c = -d - 1.$$

$$\frac{z_2 - z_1}{1 - 2i} \text{ là số thực} \Leftrightarrow \frac{z_2 - z_1}{1 - 2i} = \frac{\overline{z_2 - z_1}}{1 + 2i} \Leftrightarrow (z_2 - z_1)(1 + 2i) = (1 - 2i)(\overline{z_2 - z_1})$$

$$\Leftrightarrow z_2 - z_1 + 2iz_2 - 2iz_1 = \overline{z_2} - \overline{z_1} - 2i\overline{z_2} + 2i\overline{z_1} \Leftrightarrow 2di - 2bi + 4ci - 4ai = 0 \Leftrightarrow 2a + b = 2c + d.$$

Thay  $c = -d - 1$  vào ta được  $d = -2a - b - 2$  và  $c = 2a + b + 1$ .

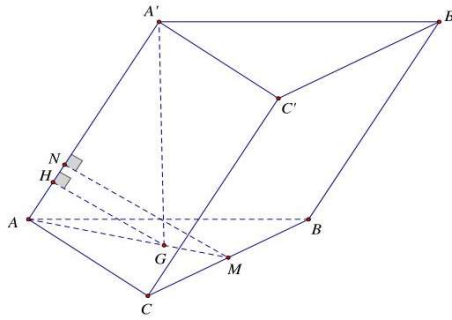
$$P = |z_1 - z_2| = |a + bi - (2a + b + 1) + (2a + b + 2)i| = \sqrt{(a + b + 1)^2 + (2a + 2b + 2)^2} = \sqrt{5}|a + b + 1|.$$

$$\text{Ta có } (a + b)^2 \leq (a^2 + b^2)(1 + 1) = 2(a^2 + b^2).$$

$$\text{Kết hợp với (1) ta được } (a + b)^2 \leq 4(a + b) \Leftrightarrow 0 \leq a + b \leq 4 \Rightarrow 1 \leq a + b + 1 \leq 5.$$

Vậy  $\sqrt{5} \leq P \leq 5\sqrt{5}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P$  là  $\sqrt{5}$  khi  $z_1 = 0; z_2 = 1 - 2i$ .

### Câu 42: Chọn C



Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ .  $\Rightarrow A'G \perp (ABC)$ .

Trong  $(AA'M)$  dựng  $MN \perp AA'$ , ta có:  $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'G) \Rightarrow BC \perp MN$ .

$\Rightarrow d(AA', BC) = MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $G$  lên  $AA'$ .

Ta có:  $GH \parallel MN \Rightarrow \frac{GH}{MN} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GH = \frac{2}{3}MN = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ .

Xét tam giác  $AA'G$  vuông tại  $G$ , ta có:

$$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GA^2} + \frac{1}{GA'^2} \Rightarrow \frac{1}{GA'^2} = \frac{1}{GH^2} - \frac{1}{GA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{27}{3a^2} \Rightarrow GA' = \frac{a}{3}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ là:  $V = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

### Câu 43: Chọn C

Ta có:  $-xf'(x)\ln x + f(x) = 2x^2f^2(x) \Leftrightarrow -x \frac{f'(x)}{f^2(x)} \ln x + \frac{1}{f(x)} = 2x^2, \forall x \in (1; +\infty)$ .

$\Leftrightarrow xg'(x)\ln x + g(x) = 2x^2, \forall x \in (1; +\infty)$  với  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

$\Leftrightarrow g'(x)\ln x + \frac{g(x)}{x} = 2x, \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow \int g'(x)\ln x dx + \int \frac{g(x)}{x} dx = \int 2x dx$ .

$\Leftrightarrow g(x)\ln x - \int \frac{g(x)}{x} dx + \int \frac{g(x)}{x} dx = x^2 + C \Leftrightarrow g(x)\ln x = x^2 + C, \forall x \in (1; +\infty)$ .

Do  $f(e) = \frac{1}{e^2} \Leftrightarrow g(e) = e^2 \Rightarrow C = 0$ . Suy ra  $g(x) \ln x = x^2, \forall x \in (1; +\infty)$ .

$\Rightarrow g(x) = \frac{x^2}{\ln x} > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ .  $\Rightarrow y = xf(x) = \frac{x}{g(x)} = \frac{\ln x}{x}, \forall x \in (1; +\infty)$ .

Ta có  $S = \int_e^{e^2} xf(x) dx = \int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x \Big|_e^{e^2} = \frac{3}{2}$ .

**Câu 44: Chọn D** Ta có:  $f'(x) = 3(m-1)x^2 - 10x + m + 3$

TH1:  $m = 1$ ,  $f'(x) = -10x + 4, f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{5} > 0 \Rightarrow$  hoành độ của đỉnh là 1 số dương nên  $f(|x|)$  có 3 điểm cực trị. Vậy thỏa mãn nhận  $m = 1$ .

TH2:  $m \neq 1$ ,  $f'(x) = 3(m-1)x^2 - 10x + m + 3$  Để hàm số  $f(|x|)$  có 3 điểm cực trị thì  $f'(x) = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn  $x_1 < 0 < x_2$  hoặc  $0 = x_1 < x_2$ .

Với  $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow P = \frac{m+3}{3(m-1)} < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$ . Với  $0 = x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} P = \frac{m+3}{3(m-1)} = 0 \\ S = \frac{10}{3(m-1)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m > 1 \end{cases}$ .

Kết hợp 2 trường hợp ta được có 4 giá trị nguyên của tham số  $m$

**Câu 45: Chọn B** Ta có  $z^2 - 2z + m^2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = 1 - m^2$  (1)

**Trường hợp 1:**  $1 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$ .

Suy ra phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt.

Do đó  $|2z_1 - 1| = |2z_2 - 1| \Leftrightarrow \begin{cases} 2z_1 - 1 = 2z_2 - 1 \\ 2z_1 - 1 = -(2z_2 - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = z_2 \\ z_1 + z_2 = 1 \end{cases}$  (không thỏa mãn).

**Trường hợp 2:**  $1 - m^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$ .

Suy ra phương trình (1) có hai nghiệm thực phức  $z_1 = 1 + i\sqrt{m^2 - 1}$  và  $z_2 = 1 - i\sqrt{m^2 - 1}$ .

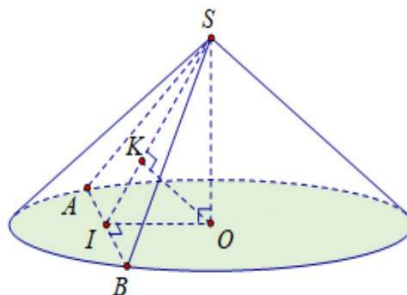
Do đó  $|2z_1 - 1| = |2z_2 - 1| \Leftrightarrow |2(1 + i\sqrt{m^2 - 1}) - 1| = |2(1 - i\sqrt{m^2 - 1}) - 1|$

$\Leftrightarrow |1 + 2i\sqrt{m^2 - 1}| = |1 - 2i\sqrt{m^2 - 1}| \Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (2\sqrt{m^2 - 1})^2} = \sqrt{1^2 + (-2\sqrt{m^2 - 1})^2}$  (luôn đúng).

Do đó  $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$  thỏa mãn. Mà  $m \in \mathbb{Z}$  thuộc đoạn  $[-10; 10] \Rightarrow m \in \{-10; -9; \dots; -2; 2; \dots; 9; 10\}$ .

Vậy có 18 giá trị nguyên của  $m$  thuộc đoạn  $[-10; 10]$  thỏa mãn.

**Câu 46: Chọn C**



Gọi  $I$  là trung điểm  $AB \Rightarrow OI \perp AB$ . Mà  $AB \perp SO \Rightarrow AB \perp (SIO) \Rightarrow (SAB) \perp (SIO)$

Trong  $(SIO)$  vẽ  $OK \perp SI = (SAB) \cap (SIO) \Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow OK = d(O, (SAB))$ .

Góc ở đỉnh bằng  $60^\circ \Rightarrow ASO = 30^\circ$ , mà  $OA = R = 5 \Rightarrow SO = 5\sqrt{3}$

$\Delta IAO$  vuông tại  $I$  có:  $OA = 5, AI = \frac{AB}{2} = 3 \Rightarrow OI = 4$

$\Delta SOI$  vuông tại  $O$ , đường cao  $OK$  có:  $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OK = \frac{20\sqrt{273}}{91}$ .

Vậy  $d(O, (SAB)) = \frac{20\sqrt{273}}{91}$ .

**Câu 47: Chọn D** Điều kiện:  $(x-2023)^3(1-x)^3 > 0 \Leftrightarrow (x-2023)(1-x) > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2023$ . Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2 \leq x \leq 2022$

$$3(81^y + 4y) + 2026 \leq -x^2 + 2024x + \log_3[(x-2023)^3(1-x)^3]$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 3^{4y} + 3 \cdot 4y + 3 \leq -x^2 + 2024x - 2023 + 3 \log_3[(x-2023)(1-x)]$$

$$\Leftrightarrow 3^{4y+1} + 3(4y+1) \leq (x-2023)(1-x) + 3 \log_3[(x-2023)(1-x)]$$

$$\Leftrightarrow 3^{4y+1} + 3(4y+1) \leq 3^{\log_3[(x-2023)(1-x)]} + 3 \log_3[(x-2023)(1-x)] \quad (*)$$

Xét hàm số  $f(t) = 3^t + 3t, t \in \mathbb{R}$ . Ta có  $f'(t) = 3^t \ln 3 + 3 > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ . Suy ra  $f(t) = 3^t + 3t, t \in \mathbb{R}$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó:  $(*) \Leftrightarrow f(4y+1) \leq f[\log_3((x-2023)(1-x))] \Leftrightarrow 4y+1 \leq \log_3[(x-2023)(1-x)]$  (1) Ta có:

$$(x-2023)(1-x) \leq 1022121, \forall x \in (1; 2023)$$

$$\Rightarrow \log_3[(x-2023)(1-x)] \leq \log_3 1022121 \sim 12,59 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 4y+1 \leq 12,59 \Rightarrow y \leq 2,89, y \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow y \in \{1, 2\}$$

$$\text{Ta có: (1) } \Leftrightarrow (x-2023)(1-x) \geq 3^{4y+1} \Leftrightarrow -x^2 + 2024x - 2023 - 3^{4y+1} \geq 0$$

$$\text{Với } y=1: -x^2 + 2024x - 2266 \geq 0 \Leftrightarrow 1,12 \leq x \leq 2022,8 \Rightarrow 2 \leq x \leq 2022: \text{ có 2021 giá trị } x$$

$$\text{Với } y=2: -x^2 + 2024x - 21706 \geq 0 \Leftrightarrow 10,78 \leq x \leq 2013,2 \Rightarrow 11 \leq x \leq 2013: \text{ có 2003 giá trị } x$$

Vậy có  $2021 + 2003 = 4024$  cặp  $(x; y)$  thỏa yêu cầu bài toán

**Câu 48: Chọn D**

Ta có  $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$  là véc-tơ chỉ phương của  $d$  và  $\vec{n}_p = (1; 2; 1)$  là véc-tơ pháp tuyến của  $(P)$ .

Gọi  $A = d \cap \Delta$ . Do  $\Delta \subset (P)$  nên  $A = d \cap (P)$ .

$$\text{Suy ra tọa độ } A \text{ thỏa hệ: } \begin{cases} x+2y+z-4=0 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1).$$

Gọi  $\vec{u}_\Delta$  là véc-tơ chỉ phương của  $\Delta$ . Lại có:  $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_p \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \end{cases}$  ta chọn  $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_p; \vec{u}_d] = (5; -1; -3)$ .

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

**Câu 49: Chọn D**

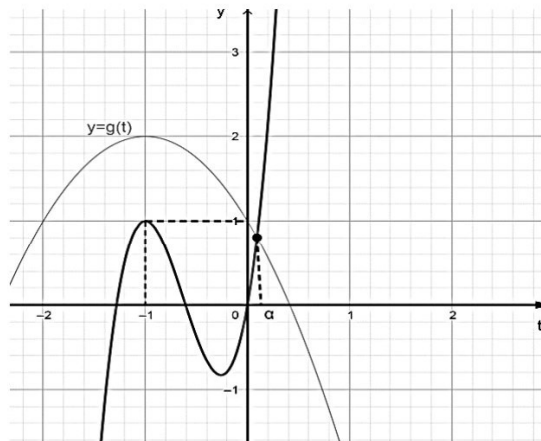
Đặt  $t = \sqrt{f(x)}, t \geq 0$ . Ta có:  $f(f(t)+t^2+2t) - f(1) = 0$  (\*).

Với  $t \geq 0$ :  $f(t) \geq 0$  và  $f(t)+t^2+2t \geq 0$ . Theo đồ thị, hàm  $f(u)$  đồng biến trên  $[0; +\infty)$ .

$$\text{Do đó, (*) } \Leftrightarrow f(f(t)+t^2+2t) = f(1) \Leftrightarrow f(t)+t^2+2t = 1$$

$$\Leftrightarrow f(t) = 1 - t^2 - 2t \Leftrightarrow f(t) = g(t) (**) \text{ (với } g(t) = 1 - t^2 - 2t, t \geq 0 \text{)}$$

Vì hàm  $f(t)$  đồng biến và  $g(t)$  nghịch biến trên  $[0; +\infty)$  và  $f(1) > 0$ ,  $g(1) < 0$  nên phương trình  $(**)$  có nghiệm duy nhất  $t = \alpha \in (0; 1)$



Khi đó,  $t = \alpha \Leftrightarrow f(x) = \alpha^2$ ,  $\alpha^2 \in (0; 1)$  (\*\*\*)

Vì đồ thị hàm  $f(x)$  cắt đường thẳng  $y = \alpha^2$  tại 3 điểm phân biệt nên phương trình  $(***)$  có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 50: Chọn C**

$$\text{Từ } 2OA - OB + 5\sqrt{OB^2 + OC^2} = 36 \Rightarrow 2a - b + 5\sqrt{b^2 + c^2} = 36$$

$$\text{Ta có : } 36 = 2a - b + 5\sqrt{b^2 + c^2} = 2a - b + 5\sqrt{\frac{(4b)^2}{16} + \frac{(3c)^2}{9}} \geq 2a - b + 5\sqrt{\frac{(4b + 3c)^2}{16 + 9}} = 2a + 3b + 4c$$

$$\Leftrightarrow 36 \geq 3\sqrt{2a \cdot 3b \cdot 4c} \Rightarrow abc \leq 72 \Rightarrow \frac{1}{6}abc \leq 12$$

$$\Rightarrow V_{\max} = 12 \text{ khi } \begin{cases} \frac{4b}{16} = \frac{3c}{9} \\ 2a = 3b = 4c \\ 2a - b + 5\sqrt{b^2 + c^2} = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  có dạng :  $2x + 3y + 4z - 12 = 0$  nên điểm  $E$  thuộc mặt phẳng  $(ABC)$

----- HẾT -----

**Lưu ý** - Kết quả được đăng tải trên trang Web: [quangxuong1.edu.vn](http://quangxuong1.edu.vn) vào ngày 03/06/2023

Chúc các em thành công!