KIỂM TRA GIỮA KÌ I LỚP 12
TRƯỜNG THPT VŨNG TÀU
NĂM HỌC:2021-2022
THỜI GIAN: 90 PHÚT

Câu 1. Phương trình $4^x - 6.2^x - 16 = 0$ có bao nhiêu nghiệm

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

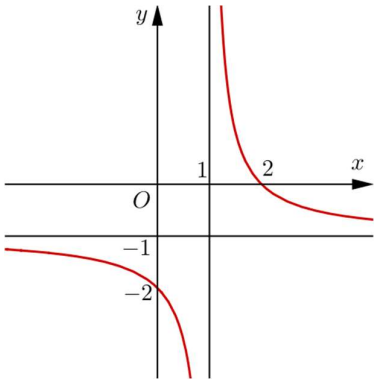
Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức

A. $S_{xq} = 2\pi rl$. **B.** $S_{xq} = \pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi r^3$. **D.** $S_{xq} = 4\pi r^2$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. $\dfrac{17}{2}$. **B.** -4. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 4. Đồ thị hình bên là của hàm số $y = \dfrac{ax+2}{x+b}$ $(a,b \in \mathbb{R})$. Khi đó tổng $a+b$ bằng



A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với $AB = a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 6. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a(a^2b) = 2 + \log_a b$. **B.** $\log_a(a^2b) = 1 + \log_a b$.

C. $\log_a(a^2b) = 1 + 2\log_a b$. **D.** $\log_a(a^2b) = \dfrac{1}{2} + \log_a b$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x+1)$.

A. $y' = \dfrac{2}{2x+1}$. **B.** $y' = \dfrac{2}{(2x+1)\ln 3}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{2x+1}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{(2x+1)\ln 3}$.

Câu 8. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2, x_3. Tính $S = x_1 + x_2 + x_3$.

A. -2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 10. Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là $3m$, $1m$, $3m$.

A. $9m^3$. **B.** $3m^3$. **C.** $\dfrac{9}{2}m^3$. **D.** $7m^3$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $[-4;2)$. **B.** $(-4;2]$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$		$+$	
y	4	↘	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$
					1		

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 13. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(3x-1)^{\pi}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$. **C.** $D=\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 15. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4x+5}=8$ là

A. -2. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 16. Rút gọn biểu thức $P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{a}$, với $a>0$ ta được

A. $P=a^2$. **B.** $P=a^{\frac{2}{9}}$. **C.** $P=a^{\frac{1}{2}}$. **D.** $P=a^{\frac{1}{8}}$.

Câu 17. Phương trình $\log_4(x-1)=3$ có nghiệm

A. $x=65$. **B.** $x=82$. **C.** $x=63$. **D.** $x=80$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

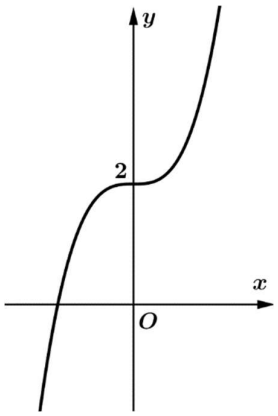
Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm được cho ở hình dưới

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 20. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?



NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

A. $y=x^4-x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=-x^3-x+2$. **D.** $y=x^3+2$.

Câu 21. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có bao nhiêu mặt?

A. 20. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh SB,SC. Thể tích V của khối chóp $S.AMN$ là

A. $V=3$. **B.** $V=4$. **C.** $V=\frac{3}{2}$. **D.** $V=\frac{9}{2}$.

Câu 23. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm mặt cầu một khoảng bằng $4cm$ ta được thiết diện là một đường tròn có bán kính bằng $4cm$. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $10cm$. **B.** $7cm$. **C.** $12cm$. **D.** $5cm$.

Câu 24. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài $2a$. Thể tích của khối nón bằng?

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 25. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^3+3x^2+2$ trên $[0;3]$. Giá trị của $M+m$ bằng?

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 4.

Câu 26. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$. **C.** $y=(0,99)^x$. **D.** $y=\left(2-\sqrt{3}\right)^x$.

Câu 27. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy là $2a$, cạnh bên tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 28. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-4x+3$ và đường thẳng $y=x+3$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 29. Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $2\pi a^3\sqrt{3}$. **D.** πa^3.

Câu 30. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	0	↘	$-\infty$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

A. $y=x^4-3x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x-1$.

Câu 31. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$ và $AB=a$. Khi đó thể tích của khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=3a, AD=4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $10a$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $5\sqrt{3}a$. **D.** $5a$.

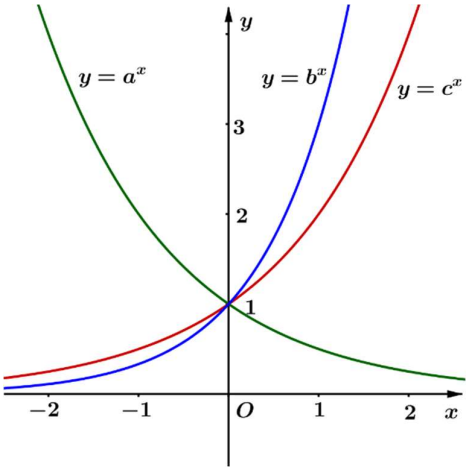
Câu 33. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 34. Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 35. Cho đồ thị của ba hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



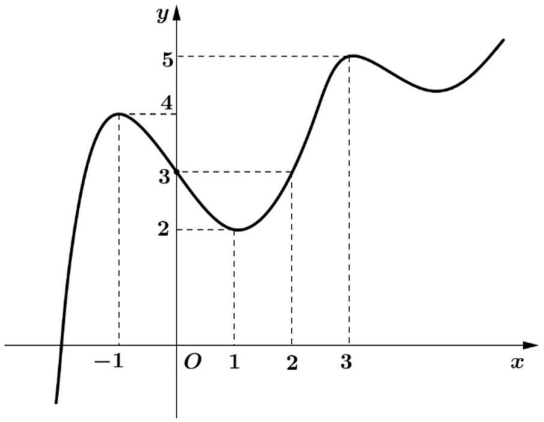
A. $b>c>a$. **B.** $b>a>c$. **C.** $c>a>b$. **D.** $c>b>a$.

Câu 36. Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y=\left(m-1\right)x^4+\left(6-m\right)x^2+m$ có đúng một điểm cực trị?

A. 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 37. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



Gọi M, m theo thứ tự là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x-2\right)$ trên đoạn $\left[1;5\right]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 38. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 6%/ năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả sử trong suốt thời gian gửi lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 12 năm. **B.** 14 năm. **C.** 13 năm. **D.** 11 năm.

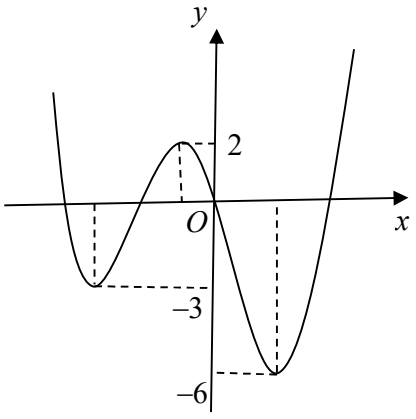
Câu 39. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng $\left(P\right)$ song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Thể tích khối trụ bằng

A. $3\pi a^3$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** πa^3.

Câu 40. Số giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{-mx+3}{3x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là.

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 41. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-m=0$ có 8 nghiệm phân biệt?



A. $-6<m<2$. **B.** $1<m<6$. **C.** $0<m<3$. **D.** $0<m<2$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a biết $SA=a, SB=a\sqrt{3}$.

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43. Biết rằng phương trình $4\log_{\frac{1}{9}}^2(9x)+\log_3\left(\dfrac{x^2}{27}\right)-8=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tính $P=x_1x_2$.

A. 3^{-4}. **B.** 3^2. **C.** 9^2. **D.** 3^{-6}.

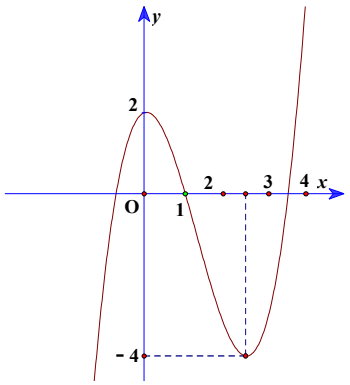
Câu 44. Người ta thả một viên bi hình cầu với bán kính $3cm$ vào một cái ly dạng hình trụ đang chứa nước. Người ta thấy viên bi chìm xuống đáy ly và chiều cao của nước dâng lên $1cm$. Biết rằng chiều cao của nước trong ly ban đầu là $7,5cm$. Tính thể tích V của khối nước ban đầu trong ly (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $1272,35cm^3$. **B.** $636,17cm^3$. **C.** $282,74cm^3$. **D.** $848,23cm^3$.

Câu 45. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D, N là trung điểm của SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{7}{5}$. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x)=0$.



A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'A=A'B=A'C=2a$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $9^x-2(m+1)3^x+m^2-8m=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=2$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 49. Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$) là giá trị của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 - 6\left(3m^2 - 1\right)x + 2020$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 + 2\left(x_1 + x_2\right) = 1$. Tính $P = a + 2b$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 50. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{3}+4}{9}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}-4}{9}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}+4}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}-4}{3}$.

HẾT

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

ĐỀ THI HỌC KÌ 1 – NĂM HỌC 2020 – 2021

THPT VŨNG TÀU

Môn: Toán

Thời gian:90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	D	A	D	A	B	B	C	A	C	C	D	D	D	C	B	B	A	D	C	C	D	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	B	C	C	C	D	C	C	A	A	B	A	B	B	D	D	D	D	C	B	B	B	C	D

Câu 1. Phương trình $4^x - 6.2^x - 16 = 0$ có bao nhiêu nghiệm

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $4^x - 6.2^x - 16 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 6.2^x - 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 8 \\ 2^x = -2(l) \end{array}\right. \Leftrightarrow 2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$

Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức

A. $S_{xq} = 2\pi rl$. **B.** $S_{xq} = \pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi r^3$. **D.** $S_{xq} = 4\pi r^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có xung quanh của hình nón được tính theo công thức $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. $\dfrac{17}{2}$. **B.** -4. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

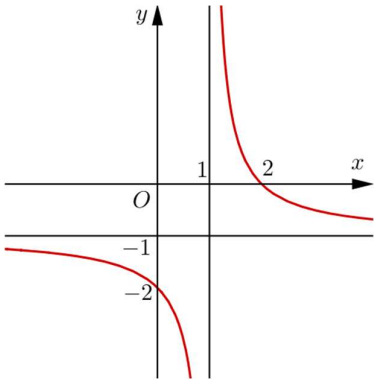
Ta có $y' = 1 - \dfrac{4}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Do $x \in (0;+\infty)$ nên $x = 2$

Ta có: $\lim\limits_{x \to 0^+} y = +\infty; y(2) = 4; \lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 4$.

Câu 4. Đồ thị hình bên là của hàm số $y = \dfrac{ax+2}{x+b}$ $(a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó tổng $a+b$ bằng

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

* Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=1$. Suy ra $b=-1$.

* Đồ thị có đường tiệm cận ngang $y=-1$. Suy ra $a=-1$.

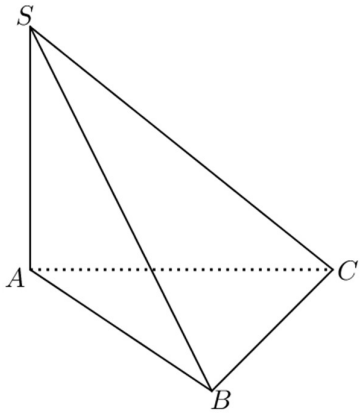
Vậy $a+b=-2$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với $AB=a$. Cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.AB.AC.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.a.a.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 6. Cho các số thực dương a, b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a\left(a^2b\right)=2+\log_a b$. **B.** $\log_a\left(a^2b\right)=1+\log_a b$.

C. $\log_a\left(a^2b\right)=1+2\log_a b$. **D.** $\log_a\left(a^2b\right)=\dfrac{1}{2}+\log_a b$.

Lời giải

Chọn A

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có: $\log_a\left(a^2b\right)=\log_a a^2+\log_a b=2+\log_a b$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(2x+1\right)$.

A. $y'=\dfrac{2}{2x+1}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{\left(2x+1\right)\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\left(2x+1\right)\ln 3}$.

Lời giải

Chọn B

$D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Ta có: $y'=\dfrac{2}{\left(2x+1\right)\ln 3}$.

Câu 8. Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2, x_3. Tính $S=x_1+x_2+x_3$.

A. -2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$y=x^4-2x^2-3$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=4x^3-4x$

$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$

Vậy $S=-1+0+1=0$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\left\{2\right\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\backslash\left\{2\right\}$.

Lời giải

Chọn C

$D=\mathbb{R}\backslash\left\{2\right\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{-5}{\left(x-2\right)^2}<0$, $\forall x\neq 2$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

Câu 10. Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là $3m$, $1m$, $3m$.

A. $9m^3$. **B.** $3m^3$. **C.** $\frac{9}{2}m^3$. **D.** $7m^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = 3.1.3 = 9m^3$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $[-4;2)$. **B.** $(-4;2]$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = m$

Vậy để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $-4 < m < 2$

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$		$+$	
y	4	↘	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$
					1		

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=4$ và một đường tiệm cận đứng $x=-2$

Câu 13. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(3x-1)^{\pi}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$. **C.** $D=\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $3x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{3}$.

Vậy $D=\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{ABCD}=a^2$, đường cao $h=2a$. Vậy thể tích khối lăng trụ là $V=h.S_{ABCD}=2a^3$

Câu 15. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4x+5}=8$ là

A. -2. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x^2-4x+5}=8\Leftrightarrow x^2-4x+5=3\Leftrightarrow x^2-4x+2=0$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 4.

Câu 16. Rút gọn biểu thức $P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{a}$, với $a>0$ ta được

A. $P=a^2$. **B.** $P=a^{\frac{2}{9}}$. **C.** $P=a^{\frac{1}{2}}$. **D.** $P=a^{\frac{1}{8}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P=a^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{a}=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=a^{\frac{1}{2}}$.

Câu 17. Phương trình $\log_4(x-1)=3$ có nghiệm

A. $x=65$. **B.** $x=82$. **C.** $x=63$. **D.** $x=80$.

Lời giải

Chọn B

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

Điều kiện: $x>1$

Ta có $\log_4(x-1)=3 \Leftrightarrow x-1=4^3=81 \Leftrightarrow x=82$ (TM).

Vậy phương trình có nghiệm $x=82$

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm được cho ở hình dưới

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị

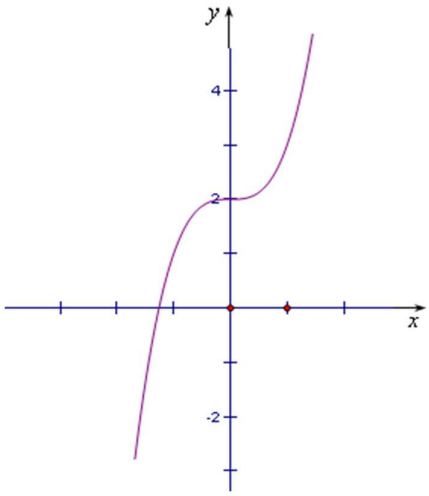
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=-1$ nên hàm số có 2 điểm cực trị

Câu 20. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?



★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

A. $y=x^4-x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=-x^3-x+2$. **D.** $y=x^3+2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Hình bên là đồ thị hàm số bậc ba nên đáp án A loại.

Đồ thị không có cực trị nên đáp án B loại.

Đồ thị có $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ nên đáp án D là đáp án đúng

Đáp án C có phương trình $y'=0$ vô nghiệm nên loại.

Câu 21. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có bao nhiêu mặt?

A. 20. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

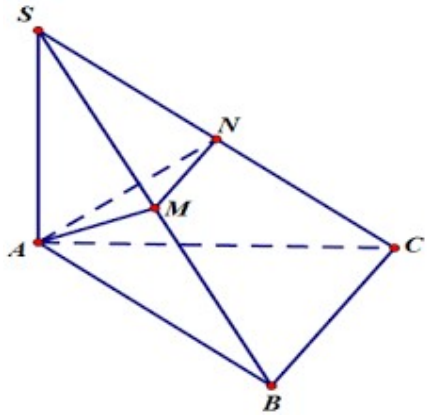
Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là hình lập phương có 6 mặt.

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SC. Thể tích V của khối chóp $S.AMN$ là

A. $V=3$. **B.** $V=4$. **C.** $V=\frac{3}{2}$. **D.** $V=\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn C



$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM.SN}{SB.SC}=\frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}=\frac{3}{2}.$$

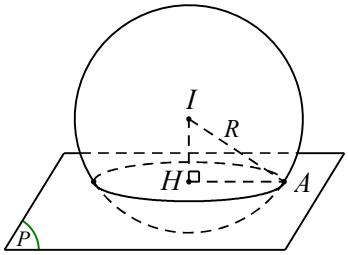
Câu 23. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm mặt cầu một khoảng bằng $4cm$ ta được thiết diện là một đường tròn có bán kính bằng $4cm$. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $10cm$. **B.** $7cm$. **C.** $12cm$. **D.** $5cm$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn D



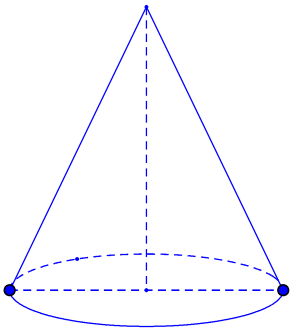
Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{IH^2+AH^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5(cm)$.

Câu 24. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài $2a$. Thể tích của khối nón bằng?

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a$ nên bán kính đường tròn đáy $r=\frac{1}{2}.2a=a$

và chiều cao $h=\sqrt{(2a)^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^3+3x^2+2$ trên $[0;3]$. Giá trị của $M+m$ bằng?

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$y=-x^3+3x^2+2$

$y'=-3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\in[0;3] \\ x=0\in[0;3] \end{array}\right.$

$y(3)=2; y(0)=2; y(2)=6$

$M=\max\limits_{[0;3]} y=6$

$m=\min\limits_{[0;3]} y=2$

Vậy $M+m=6+2=8$.

Câu 26. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$. **C.** $y=(0,99)^x$. **D.** $y=\left(2-\sqrt{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $a>1$.

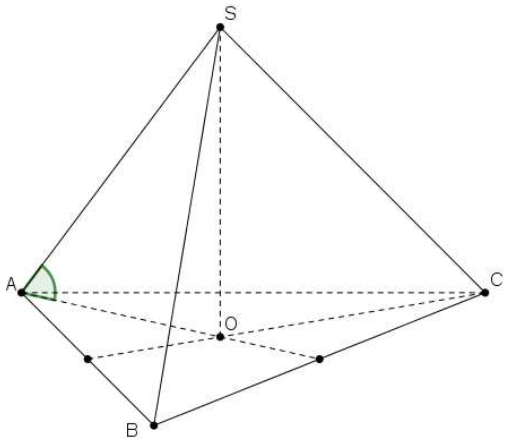
Ta có: $\frac{2}{\sqrt{3}}>1$ nên $y=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 27. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy là $2a$, cạnh bên tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\left(\widehat{SA,(ABC)}\right)=\left(\widehat{SA,AO}\right)=\widehat{SAO}=60°$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Mà $AO=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SO=AO.\tan 60^\circ=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3}=2a$.

Nên $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.(2a)^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}.2a=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-4x+3$ và đường thẳng $y=x+3$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-4x+3=x+3\Leftrightarrow x^3-5x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{5}\\x=-\sqrt{5}\\x=0\end{array}\right.$.

Phương trình có 3 nghiệm nên số giao điểm là 3.

Câu 29. Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $2\pi a^3\sqrt{3}$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $h=l=a\sqrt{3}, r=a$.

Nên $S_{\text{xq}}=2\pi rl=2\pi a.a\sqrt{3}=2\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 30. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^4-3x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x-1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đây là bảng biến thiên của hàm trùng phương.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=-\infty$ nên $a<0$. Vậy đây là bảng biến thiên của hàm số $y=-x^4+2x^2-1$.

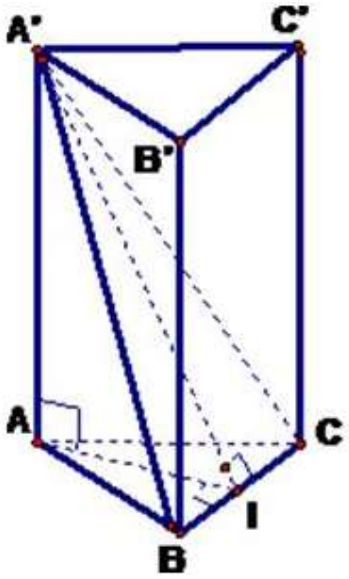
Câu 31. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° và $AB=a$. Khi đó thể tích của khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC. Khi đó $\left((A'BC),(ABC)\right)=\widehat{A'IA}=60°$.

Do đó $AA'=AI.\tan 60°=\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\frac{3a}{2}$.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2}=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Mà $V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.AA'\Rightarrow V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

Do đó $V_{ABCB'C'}=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{2}{3}.\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

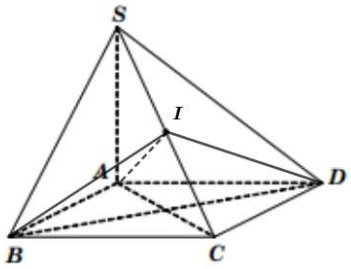
Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=3a, AD=4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $10a$. **B.** $\frac{5\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $5\sqrt{3}a$. **D.** $5a$.

Lời giải

Chọn D

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★



Ta có $\left(SC,\left(ABCD\right)\right)=\left(SC,CA\right)=\widehat{SCA}=60°$.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=3a, AD=4a \Rightarrow AC=5a$.

Gọi I là trung điểm SC.

Ta chứng minh được các tam giác $SAC, \Delta SBC, \Delta SDC$ là các tam giác vuông với cạnh huyền là SC.

$\Rightarrow IS=IC=IA=IB=ID=\dfrac{SC}{2}$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu khi đó là $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{10a}{2}=5a$.

Câu 33. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$y=\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\frac{\left(x+9-9\right)}{x\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}$$

Do đó $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 34. Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Lời giải

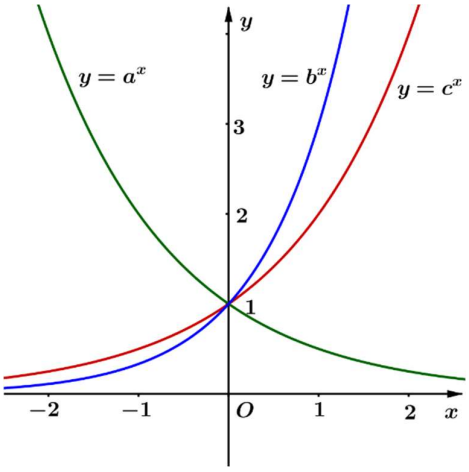
Chọn C

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-m+1$ và $y''=2x-2m$.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m+m^2-m+1=0 \\ 2-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 35. Cho đồ thị của ba hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. $b>c>a$. **B.** $b>a>c$. **C.** $c>a>b$. **D.** $c>b>a$.

Lời giải

Chọn A

+) Từ đồ thị hàm số $y=a^x$ ta thấy hàm số này nghịch biến trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow a<1$.

+) Từ đồ thị hàm số $y=b^x$ và $y=c^x$ ta thấy hai hàm số này đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow b,\ c>1$.

+) Mặt khác, với $x>0$ thì $b^x>c^x \Leftrightarrow \left(\frac{b}{c}\right)^x>1=\left(\frac{b}{c}\right)^0 \Leftrightarrow \frac{b}{c}>1 \Leftrightarrow b>c$ (do $b,\ c>0$).

Vậy $b>c>a$.

Câu 36. Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y=(m-1)x^4+(6-m)x^2+m$ có đúng một điểm cực trị?

A. 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=4(m-1)x^3+2(6-m)x=2x\left[2(m-1)x^2+6-m\right]$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2(m-1)x^2+6-m=0\ (1) \end{array}\right.$$

Hàm số đã cho có đúng một cực trị $\Leftrightarrow$ $y'=0$ có đúng một nghiệm $\Leftrightarrow (m-1)(m-6)\le 0$ $\Leftrightarrow 1\le m\le 6$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

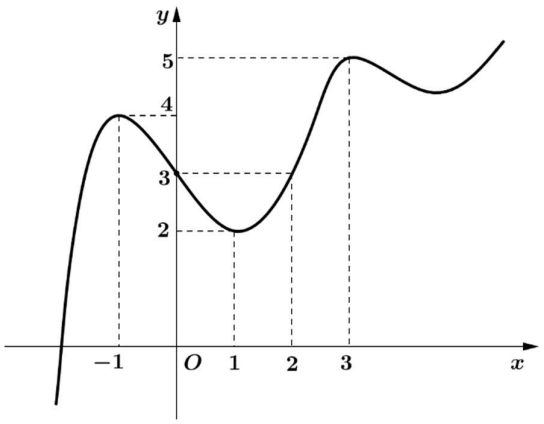
Cách khác: Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đúng một điểm cực trị $\Leftrightarrow a.b\ge 0 \Leftrightarrow (m-1)(6-m)\ge 0 \Leftrightarrow 1\le m\le 6$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới.



Gọi M, m theo thứ tự là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x-2)$ trên đoạn $[1;5]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = x-2$. Do $x \in [1;5]$ nên $t \in [-1;3]$.

Khi đó M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(t)$ trên đoạn $[-1;3]$.

Dựa vào đồ thị ta có: $M = 5$, $m = 2$.

Vậy $M + m = 7$.

Câu 38. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 6% / năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả sử trong suốt thời gian gửi lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 12 năm. **B.** 14 năm. **C.** 13 năm. **D.** 11 năm.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức lãi kép $C = A(1+r)^n$ với $A = 50$, $C > 100$, $r = 6\% = 0,06$ ta được:

$50(1+0,06)^n > 100 \Leftrightarrow 1,06^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} 2 \approx 11,90$.

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi.

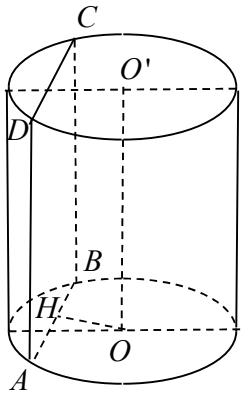
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 39. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Thể tích khối trụ bằng

A. $3\pi a^3$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn B



Gọi hình vuông thiết diện là $ABCD$ và tâm O là tâm đường tròn đáy của hình trụ.

Gọi H là trung điểm của AB, ta có

$$OH=\frac{a}{2}\Rightarrow AH=\sqrt{OA^2-AH^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=a\sqrt{3}.$$

Chiều cao của khối trụ chính la độ dài cạnh của hình vuông bằng $h=a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối trụ là: $V=\pi r^2h=\pi a^2.a\sqrt{3}=\pi a^3\sqrt{3}$

Câu 40. Số giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{-mx+3}{3x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là.

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

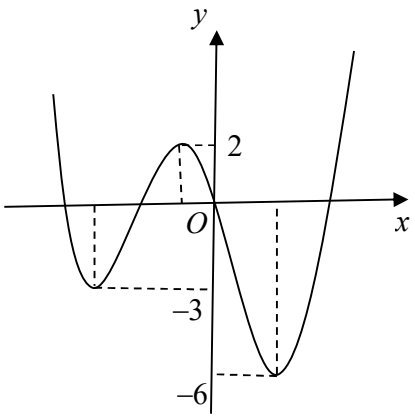
ĐKXĐ: $x\neq\frac{m}{3}$.

Xét 2 khoảng $x\in\left(-\infty;\frac{m}{3}\right)$ và $x\in\left(\frac{m}{3};+\infty\right)$. Để hàm số nghịch biến

$$y'=\frac{m^2-9}{(3x-m)^2}<0\Rightarrow m^2-9<0\Rightarrow -3<m<3.$$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|-m=0$ có 8 nghiệm phân biệt?

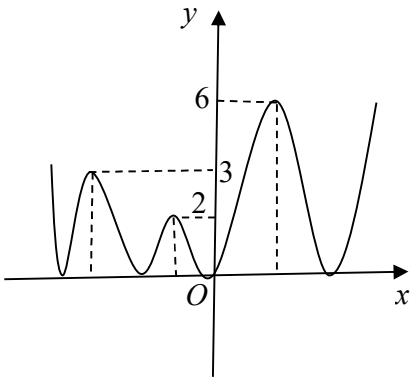


A. $-6<m<2$. **B.** $1<m<6$. **C.** $0<m<3$. **D.** $0<m<2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$:



Suy ra để phương trình $|f(x)|-m=0$ có 8 nghiệm phân biệt thì $0<m<2$.

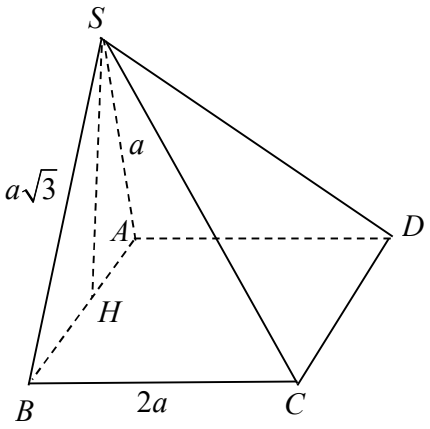
Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a biết $SA=a, SB=a\sqrt{3}$.

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



Dễ dàng ta chứng minh được ΔSAB vuông tại S.

Mà $(SAB)\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp(ABCD)\quad (H\in AB)$

Ta có: $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{SB^2}\Rightarrow\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{\left(\sqrt{3}a\right)^2}\Rightarrow AH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.AH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}a.(2a)^2=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$

Câu 43. Biết rằng phương trình $4\log^2_{\frac{1}{9}}(9x)+\log_3\left(\dfrac{x^2}{27}\right)-8=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2. Tính $P=x_1x_2$.

A. 3^{-4}. **B.** 3^2. **C.** 9^2. **D.** 3^{-6}.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x>0$.

Ta có $4\log^2_{\frac{1}{9}}(9x)+\log_3\left(\dfrac{x^2}{27}\right)-8=0\Leftrightarrow\left(\log_3 x+2\right)^2+2\log_3 x-11=0$

$\Leftrightarrow\log_3^2 x+6\log_3 x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\ \log_3 x=-7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=3^{-7}\end{array}\right.\Rightarrow P=x_1x_2=3^{-6}.$

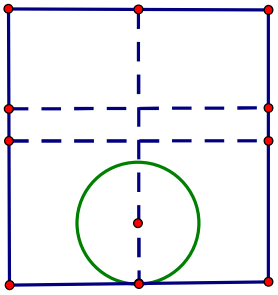
Câu 44. Người ta thả một viên bi hình cầu với bán kính $3cm$ vào một cái ly dạng hình trụ đang chứa nước. Người ta thấy viên bi chìm xuống đáy ly và chiều cao của nước dâng lên $1cm$. Biết rằng chiều cao của nước trong ly ban đầu là $7,5cm$. Tính thể tích V của khối nước ban đầu trong ly (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $1272,35cm^3$. **B.** $636,17cm^3$. **C.** $282,74cm^3$. **D.** $848,23cm^3$.

Lời giải

Chọn D

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★



Gọi bán kính đáy của ly là $r\left(cm\right)$, suy ra thể tích nước ban đầu trong cốc là: $V=\pi r^2.7,5\left(cm^3\right)$

Sau khi thả viên bi thì thể tích của nước trong cốc là: $V_1=\pi r^2.8,5\left(cm^3\right)$

Thể tích của viên bi là: $V_2=\frac{4}{3}\pi.3^3=36\pi\left(cm^3\right)$

Ta có: $V_2=V_1-V\Leftrightarrow\pi r^2.8,5-\pi r^2.7,5=36\pi\Leftrightarrow r^2=36\Rightarrow r=6\left(cm\right)$.

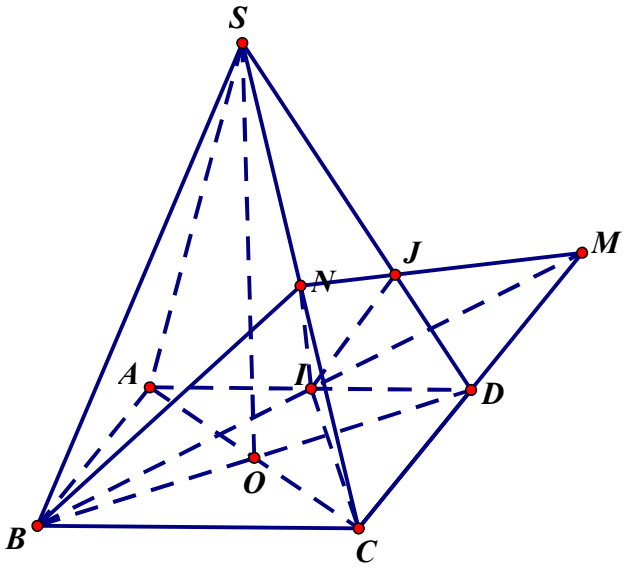
Vậy thể tích nước ban đầu trong cốc là $V=\pi.6^2.7,5=848,23\left(cm^3\right)$.

Câu 45. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D, N là trung điểm của SC. Mặt phẳng $\left(BMN\right)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng

A. $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $V_{S.ABCD}=V$.

Gọi J là giao điểm của MN và SD suy ra J là trọng tâm của tam giác SCM.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Gọi I là giao điểm của BM và AD suy ra I trung điểm của AD.

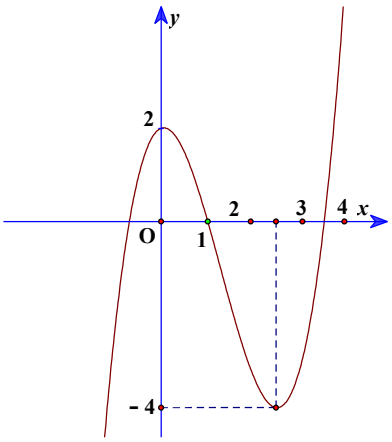
Khi đó, mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện $S.BNJI$ và $NJDCBI$ có thể tích lần lượt là V_1 và V_2.

Vì $S_{MBC}=S_{ABCD}$ và $S_{MID}=\frac{1}{4}S_{ABCD}$ nên $V_{N.MBC}=\frac{1}{2}V$ và $V_{J.MID}=\frac{1}{12}V$.

Suy ra $V_2=V_{N.MBC}-V_{J.MID}=\frac{5}{12}V$. Do đó, $V_1=V-V_2=\frac{7}{12}V$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f\left[f(x)\right]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x)=0$.



A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=f'(x).f'\left[f(x)\right]$. Khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} f'(x)=0 & (1)\\ f'\left[f(x)\right]=0 & (2)\end{array}\right.$

Vì hàm số có hai cực trị nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Xét $(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=0\\ f(x)=a\in(2;3)\end{array}\right.$

Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x)=a\in(2;3)$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

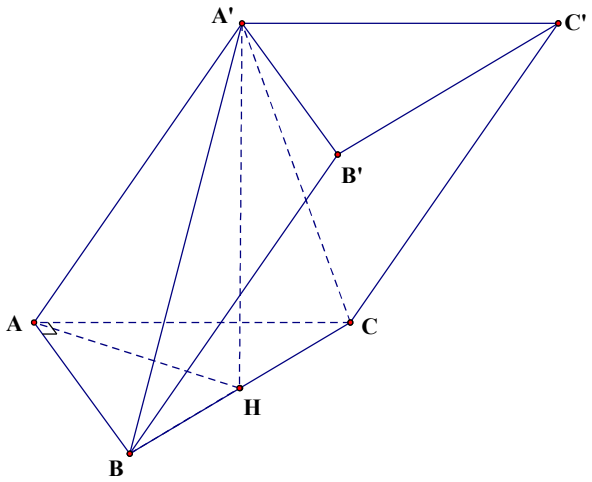
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'A=A'B=A'C=2a$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là chân đường cao hạ từ A' xuống đáy (ABC).

Vì $A'A=A'B=A'C$ và tam giác ABC vuông tại A nên H là trung điểm BC

Ta có $AH=\frac{BC}{2}=a\Rightarrow A'H=\sqrt{A'A^2-AH}=a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'}=A'H.S_{ABC}=a\sqrt{3}.\left(\frac{1}{2}a.a\sqrt{3}\right)=\frac{3a^3}{2}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $9^x-2(m+1)3^x+m^2-8m=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=2$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=3^x, t>0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$t^2-2(m+1)t+m^2-8m=0$ $(*)$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương t_1, t_2

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \ge 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (m^2 - 8m) \ge 0 \\ 2(m+1) > 0 \\ m^2 - 8m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10m + 1 \ge 0 \\ m + 1 > 0 \\ m^2 - 8m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{10} \le m < 0 \text{ hay } m > 8.$$

Khi đó $t_1.t_2 = 2^{x_1}.2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^2 = 4$.

Suy ra $m^2 - 8m = 4 \Leftrightarrow m^2 - 8m - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 + 2\sqrt{5} \ (n) \\ m = 4 - 2\sqrt{5} \ (l) \end{array}\right.$.

Vậy có một giá trị của tham số m thỏa đề.

Câu 49. Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$) là giá trị của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 - 6(3m^2 - 1)x + 2020$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$. Tính $P = a + 2b$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 - 6(3m^2 - 1)x + 2020$, ta có $y' = 6x^2 - 6mx - 6(3m^2 - 1)$

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - 3m^2 + 1 = 0 \ (1)$

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta = (-m)^2 - 4(-3m^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{2}{\sqrt{13}}$ hoặc $m > \frac{2}{\sqrt{13}}$.

Khi đó, theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1.x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$.

Theo giả thiết, $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$ nên $-3m^2 + 1 + 2m = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0$

$\Leftrightarrow m = 0$ (loại) hoặc $m = \frac{2}{3}$ (chọn).

Suy ra $a = 2, b = 3$. Vậy $P = a + 2b = 8$.

Câu 50. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{3}+4}{9}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}-4}{9}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}+4}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}-4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Vì $x,\ y>0$ nên $\dfrac{1-y}{x+3xy}>0 \Leftrightarrow x>;\ 0<y<1$.

Theo giả thiết, ta có

$$\log_3\frac{1-y}{x+3xy}=3xy+x+3y-4 \Leftrightarrow 3(1-y)+\log_3\left[3(1-y)\right]=(x+3xy)+\log_3(x+3xy)\ \ (*)$$

Xét hàm số $f(t)=t+\log_3 t$ trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có $f'(t)=1+\dfrac{1}{t.\ln 3}>0,\ \forall t\in(0;+\infty)$.

Do đó, hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Từ $(*)$ ta có $f\left[3(1-y)\right]=f(x+3xy) \Leftrightarrow 3(1-y)=x+3xy \Leftrightarrow 3(1-y)=x(1+3y)\ \ (**)$

Để ý rằng $y=-\dfrac{1}{3}$ không phải là nghiệm của $(**)$ nên $x=\dfrac{3(1-y)}{1+3y}$.

Do đó, $P=x+y=\dfrac{3(1-y)}{1+3y}+y$

Ta có $P'(y)=\dfrac{-12}{(3y+1)^2}+1;\ P'(y)=0 \Leftrightarrow (3y+1)^2=12 \Leftrightarrow y=\dfrac{\pm2\sqrt{3}-1}{3}$.

Vì $y\in(0;1)$ nên $y=\dfrac{2\sqrt{3}-1}{3}$. Suy ra $x=\dfrac{2\sqrt{3}-3}{3}$.

Khi đó $P_{\min}=P\left(\dfrac{2\sqrt{3}-1}{3}\right)=\dfrac{4\sqrt{3}-4}{3}$.

HẾT

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM