

**TRƯỜNG THPT SƠN TÂY    ĐỀ THI THỬ KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT (LẦN 1)  
NĂM HỌC 2024 – 2025**

Môn thi: **TOÁN**  
Thời gian làm bài: 120 phút

**Bài I (2 điểm)**

Cho các biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}-2}{x}$  và  $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{x}{x-4}$  với  $x > 0, x \neq 4$ .

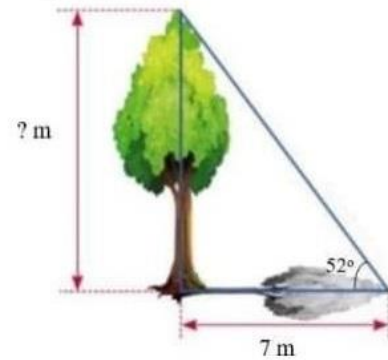
- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 16$ .
- 2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ .
- 3) Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình  $A.B = m$  có nghiệm.

**Bài II (2 điểm)**

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi  $90\text{ m}$ . Nếu giảm chiều dài đi  $4\text{ m}$  và tăng chiều rộng lên  $5\text{ m}$  thì diện tích mảnh đất tăng lên  $70\text{ m}^2$ . Tính diện tích mảnh đất hình chữ nhật ban đầu.

2) Khi mặt trời chiếu qua đỉnh ngọn cây thì góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là  $52^\circ$  và bóng cây trên mặt đất dài  $7\text{ m}$ . Tính chiều cao của cây (kết quả lấy đến hai chữ số của phần thập phân).



**Bài III (2,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + \frac{3}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} - \frac{6}{y-1} = 5 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx + 2m - 1$ .

- a) Khi  $m = 2$  tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $d$ .
- b) Với giá trị nào của  $m$  thì khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến đường thẳng  $d$  bằng  $2$ .

**Bài IV (3 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  ( $AB > AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ ;  $E, F$  lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ  $M$  đến các đường thẳng  $AB, AC$ .

- 1) Chứng minh tứ giác  $AEMF$  là tứ giác nội tiếp.
- 2) Đường thẳng  $AM$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $K$ . Chứng minh  $\widehat{KBC} = \widehat{MEF}$  và  $BC.ME = EF.BK$ .
- 3) Đường thẳng  $AO$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$ . Gọi  $J$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$ . Chứng minh  $AD \parallel JM$ .

**Bài V (0,5 điểm)**

Cho  $a, b, c$  là các số thực không âm thỏa mãn  $a + b + c = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = ac + bc - 2024ab$ .

-----**Hết**-----  
(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

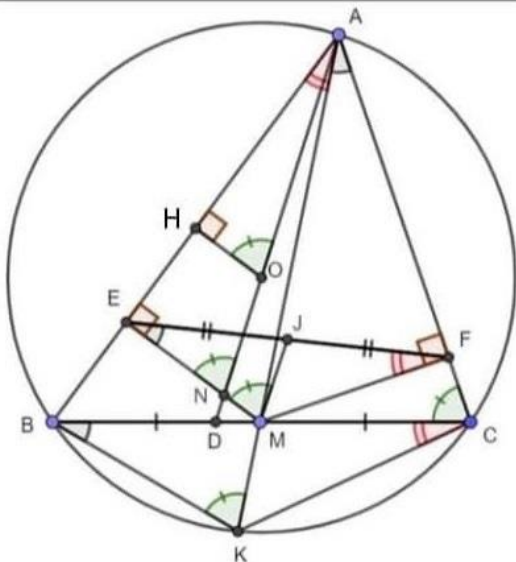
Ho và tên của cán bộ coi thi:.....Chữ ký của cán bộ coi thi:.....

Bài	Ý	Hướng dẫn – Đáp án	Điểm	
<b>Bài I</b> (2 điểm)	1.	Thay $x = 16$ (tmdk) vào biểu thức $A$ ta có $A = \frac{\sqrt{16} - 2}{16}$ .	0,25đ	
		$A = \frac{1}{8}$ .	0,25đ	
	2.	Rút gọn biểu thức $B$ với điều kiện $x > 0, x \neq 4$ :	0,25đ	
		$B = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{x}{x-4}$		
		$= \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2} + x}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})}$		
		$= \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})}$	0,25đ	
			$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})}$	0,25đ
			$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$	0,25đ
	3.	$AB = \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .		
		$AB = m$ suy ra $\frac{1}{\sqrt{x}} = m$ (1).		
	Do $x > 0, x \neq 4$ nên phương trình (1) có nghiệm khi $m > 0; m \neq \frac{1}{2}$ .	0,5đ		
	Vậy $m > 0; m \neq \frac{1}{2}$ thì phương trình $AB = m$ có nghiệm.			
<b>Bài II</b> (2 điểm)	1.	Gọi chiều dài và chiều rộng lần lượt là $x$ và $y$ (đơn vị $m$ ; $x > y > 0$ )	0,25đ	
		Vì chu vi mảnh đất hình chữ nhật là $90m$ nên ta có phương trình $2(x+y) = 90$ hay $x+y = 45$ .	0,25đ	
		Do giảm chiều dài $4m$ và tăng chiều rộng $5m$ thì diện tích tăng thêm $70m^2$ nên ta có phương trình $(x-4)(y+5) = xy + 70$ hay $5x - 4y = 90$ .	0,25đ	
		Ta có hệ phương trình	0,25đ	
		$\begin{cases} x+y=45 \\ 5x-4y=90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=30 \\ y=15 \end{cases} \text{ (tmdk)}.$		
	Vậy chiều dài là $30m$ chiều rộng là $15m$ .	0,25đ		
	Diện tích mảnh đất hình chữ nhật ban đầu là $30.15 = 450m^2$ .	0,25đ		
	2.	Chiều cao của cây là $7.tan52^\circ$ .	0,25đ	
Vậy chiều cao của cây là $7.tan52^\circ \approx 8,96(m)$ .		0,25đ		

<b>Bài III</b> (2,5 điểm)	1.	Điều kiện $x \geq 0, y \neq 1$ .	0,25đ
		$\begin{cases} 2\sqrt{x} + \frac{3}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} - \frac{6}{y-1} = 5 \end{cases}$	
		Đặt $a = \sqrt{x}$ ( $a \geq 0$ ), $b = \frac{1}{y-1}$ ( $b \neq 0$ ) hệ phương trình trở thành $\begin{cases} 2a + 3b = 1 \\ 3a - 6b = 5 \end{cases}$ .	0,25đ
		Giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$ .	0,25đ
		Thay $a = 1, b = -\frac{1}{3}$ ta được $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \frac{1}{y-1} = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ .	0,25đ
		Đối chiếu với điều kiện, ta được nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; -2)$ .	
	2.	a) Khi $m = 2$ ta có $(d): y = 2x + 3$	0,25đ
		Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d$ và Parabol $(P)$ là $x^2 = 2x + 3$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ . Ta có $\Delta' = 1 + 3 = 4 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x = -1; x = 3$ . Với $x = -1$ thì $y = 1$ . Với $x = 3$ thì $y = 9$ . Vậy với $m = 2$ thì $d$ cắt $(P)$ tại hai điểm có tọa độ là $(-1; 1), (3; 9)$ .	0,25đ
	b) $(d): y = mx + 2m - 1$ Nếu $m = 0$ thì $(d): y = -1$ . Khi đó khoảng cách từ điểm $O$ đến đường thẳng $d$ là $-1$ . Suy ra $m = 0$ không thỏa mãn.	0,25đ	
	Với $m \neq 0$ ta có $(d): y = mx + 2m - 1$ , $d$ cắt trục $Ox$ tại điểm $M\left(-\frac{2m-1}{m}; 0\right)$ và $d$ cắt trục $Oy$ tại điểm $N(0; 2m - 1)$ . Suy ra $OM = \left \frac{2m-1}{m}\right $ ; $ON =  2m - 1 $ .	0,25đ	
	Nếu $m = \frac{1}{2}$ ta có $(d): y = \frac{1}{2}x$ là đường thẳng đi qua $O$ nên khoảng cách từ $O$ đến $d$ bằng $0$ . Nếu $m \neq \frac{1}{2}$ theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, khoảng cách từ điểm $O$ đến $d$ là $h$ thỏa mãn $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2}$ . Khoảng cách từ điểm $O$ đến $d$ bằng $2$ thì $h = 2$ suy ra $\frac{1}{4} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2} \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{m^2}{(2m-1)^2} + \frac{1}{(2m-1)^2}$ $\Leftrightarrow 4m^2 + 4 = 4m^2 - 4m + 1 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$ (tm) Vậy $m = -\frac{3}{4}$ thì khoảng cách từ điểm $O$ đến đường thẳng $d$ bằng $2$ .	0,25đ	

**Bài IV**  
(3 điểm)

1.



$$\widehat{AEM} = 90^\circ$$

$$\widehat{AFM} = 90^\circ.$$

Tứ giác  $AEMF$  nội tiếp đường tròn đường kính  $AM$ .

1,0đ

2.

Xét đường tròn  $(O)$  có  $\widehat{KBC} = \widehat{KAC}$ .  
Xét đường tròn đường kính  $AM$ :  $\widehat{MEF} = \widehat{KAC}$ .  
Suy ra  $\widehat{KBC} = \widehat{MEF}$ .

0,5đ

Chứng minh tương tự  $\widehat{KCB} = \widehat{MFE}$ .  
Suy ra hai tam giác  $\Delta KCB$  và  $\Delta MFE$  đồng dạng nên  $BC.ME = EF.BK$ .

0,5đ

3.

Do  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ ,  $J$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$  nên  $\Delta MEJ$  và  $\Delta KBM$  đồng dạng. Suy ra  $\widehat{JME} = \widehat{MKB} = \widehat{AKB}$ .

0,5đ

Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ ,  $N$  là giao điểm của  $EM$  và  $AD$ .

0,5đ

Ta có  $\widehat{AKB} = \widehat{AOH} \left( = \frac{1}{2} \widehat{AOB} \right)$ ;  $\widehat{AOH} = \widehat{ANE}$  (đồng vị). Suy ra  $\widehat{AKB} = \widehat{ANE}$ .

Vì  $D \neq M$  và  $\widehat{JME} = \widehat{ANE}$  nên  $AD \parallel JM$ .

**Bài V**  
(0,5 điểm)

\* GTLN:  $P = ac + bc - 2024ab = c(a+b) - 2024ab \leq c(a+b) \leq \frac{(a+b+c)^2}{4} = \frac{1}{4}$ .

0,25đ

Đấu "=" xảy ra khi 
$$\begin{cases} ab = 0 \\ c = a+b \\ a+b+c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0; b=c=\frac{1}{2} \\ b=0; a=c=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức  $P$  là  $\frac{1}{4} \Leftrightarrow a=0; b=c=\frac{1}{2}$  hoặc  $b=0; a=c=\frac{1}{2}$ .

\* GTNN:

0,25đ

$$P = ac + bc - 2024ab \geq c(a+b) - 2024 \frac{(a+b)^2}{4} \geq -2024 \frac{(a+b)^2}{4} = -506(a+b)^2.$$

Vì  $a+b+c=1$  và  $a, b, c$  không âm nên  $a+b \leq 1$ . Suy ra  $P \geq -506(a+b)^2 \geq -506$ .

Đấu "=" xảy ra khi 
$$\begin{cases} c(a+b) = 0 \\ a = b \\ a+b = 1 \\ a+b+c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$  là  $-506 \Leftrightarrow c=0; a=b=\frac{1}{2}$ .

----- HẾT -----