

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có 10 câu, mỗi câu 1.0 điểm

Câu 1. (1.0 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $A = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{48}$.

Câu 2. (1.0 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$.

Câu 3. (1.0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = (\sqrt{2} - 1)x + 3$.

a. Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?

b. Chứng minh $f(\sqrt{2} + 1)$ là một số tự nhiên.

Câu 4. (1.0 điểm) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và $y = x - 3$.

Câu 5. (1.0 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x+4}} + \frac{1}{\sqrt{x-4}}\right) \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 16$.

a. Hãy rút gọn biểu thức P .

b. Tính giá trị biểu thức P khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$.

Câu 6. (1.0 điểm) Trong ngày thứ nhất, hai tổ sản xuất của một xí nghiệp dệt được $800 m^2$ vải. Ngày thứ hai do cải tiến kĩ thuật nên tổ I đã dệt vượt mức 20% so với ngày thứ nhất; tổ II đã dệt vượt mức 15% so với ngày thứ nhất nên ngày thứ hai cả hai tổ dệt được $945 m^2$ vải. Hỏi ngày thứ nhất mỗi tổ dệt được bao nhiêu mét vuông vải?

Câu 7. (1.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 6\text{cm}$ và $AH = 4,8\text{cm}$.

Tính độ dài cạnh BC và diện tích tam giác ABC .

Câu 8. (1.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Từ H kẻ HM vuông góc với AB tại M , HN vuông góc với AC tại N . Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

Câu 9. (1.0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$, điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC (B, C là hai tiếp điểm) với đường tròn. Kẻ đường kính COD của đường tròn $(O; R)$. Tia phân giác của góc \widehat{BOD} cắt AB tại E .

a. Chứng minh ED là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$.

b. Tính số đo \widehat{AOE} .

Câu 10. (1.0 điểm) Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC và E là hình chiếu vuông góc của điểm B lên đường thẳng AO .

a. Chứng minh bốn điểm A, E, H, B cùng thuộc một đường tròn.

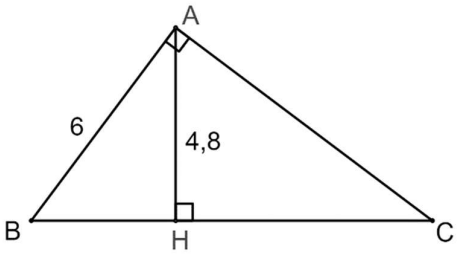
b. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính tỉ số $\frac{ME}{MH}$.

-----Hết-----

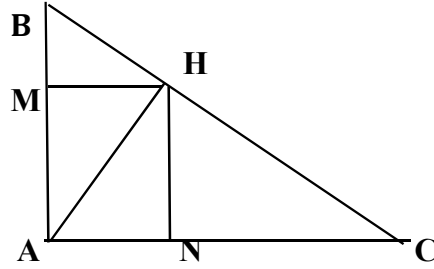
Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1	Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị biểu thức $A = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{48}$	
	$A = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{48}$	0.5
	$= 2\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 20\sqrt{3}$	
	$= 10\sqrt{3}$	0.5
2	Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$	
	Từ phương trình dưới suy ra $y = 4 - 2x$.	0.25
	Thay vào phương trình trên ta có phương trình: $3x + 2(4 - 2x) = 7 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4 - 2.1 = 2$	0.5
	Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.	0.25
3	Cho hàm số $y = f(x) = (\sqrt{2} - 1)x + 3$. a. Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao? b. Chứng minh $f(\sqrt{2} + 1)$ là một số tự nhiên.	
	a. Ta có $a = \sqrt{2} - 1 > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} .	0.5
	b. Ta có $f(\sqrt{2} + 1) = (\sqrt{2} - 1).(\sqrt{2} + 1) + 3 = 2 - 1 + 3 = 4$	0.25
	Vậy $f(\sqrt{2} + 1)$ là một số tự nhiên.	0.25
4	Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và $y = x - 3$.	
	Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và $y = x - 3$ là $-2x^2 = x - 3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$	0.5
	+ Với $x = 1$ ta có $y = -2$;	0.25
	+ Với $x = -\frac{3}{2}$ ta có $y = -\frac{9}{2}$.	0.25
	Vậy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại $A(1; -2)$ và $B\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$.	
5	Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x+4}} + \frac{1}{\sqrt{x-4}}\right) \cdot \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 16$. a. Hãy rút gọn biểu thức P . b. Tính giá trị biểu thức P khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$.	

	$P = \frac{\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4}}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})} \cdot \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})} \cdot \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x-4}}$ <p>Khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$ ta có</p> $P = \frac{2}{\sqrt{x-4}} = \frac{2}{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 - 4}} = \frac{2}{\sqrt{3}-3}$	0.5
	$P = \frac{2}{\sqrt{x-4}} = \frac{2}{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 - 4}} = \frac{2}{\sqrt{3}-3}$	0.5
6	<p>Trong ngày thứ nhất, hai tổ sản xuất của một xí nghiệp dệt được $800 m^2$ vải. Ngày thứ hai do cải tiến kĩ thuật nên tổ I đã dệt vượt mức 20% so với ngày thứ nhất; tổ II đã dệt vượt mức 15% so với ngày thứ nhất nên ngày thứ hai cả hai tổ dệt được $945 m^2$ vải. Hỏi ngày thứ nhất mỗi tổ dệt được bao nhiêu mét vuông vải?</p>	
	<p>Gọi số mét vuông vải mà tổ I và tổ II dệt được trong ngày thứ nhất lần lượt là x và y ($0 < x, y < 800$).</p> <p>Tổng số vải hai tổ dệt được trong ngày thứ nhất là: $x + y = 800$ (1)</p> <p>Ngày thứ hai tổ I dệt vượt mức: $x \cdot 20\%$ (m^2) nên số vải ngày thứ hai tổ I dệt được là:</p> $x + x \cdot 20\% = x + \frac{1}{5}x = \frac{6}{5}x \quad (m^2)$	0.25
	<p>Ngày thứ hai tổ II dệt vượt mức: $15\% \cdot y$ (m^2) nên số vải ngày thứ hai tổ II dệt được là:</p> $y + y \cdot 15\% = y + \frac{3}{20}y = \frac{23}{20}y \quad (m^2)$	0.25
	<p>Tổng số mét vuông vải hai tổ dệt được trong ngày thứ hai là: $\frac{6}{5}x + \frac{23}{20}y = 945$ (2)</p>	0.25
	<p>Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình bậc nhất hai ẩn x và y:</p> $\begin{cases} x + y = 800 \\ \frac{6}{5}x + \frac{23}{20}y = 945 \end{cases}$	0.25
	<p>Giải hệ phương trình trên ta được $\begin{cases} x = 500 \\ y = 300 \end{cases}$ (tm).</p>	0.25
	<p>Vậy trong ngày thứ nhất, tổ I dệt được $500 m^2$ vải và tổ II dệt được $300 m^2$ vải.</p>	0.25
7	<p>Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB = 6\text{cm}$ và $AH = 4,8\text{cm}$. Tính độ dài cạnh BC và diện tích tam giác ABC.</p>	
		0.25
	<p>Theo định lí Pitago, ta có: $AB^2 = AH^2 + BH^2$</p> $\Rightarrow BH^2 = AB^2 - AH^2 = 6^2 - 4,8^2 = 12,96 = 3,6^2 \text{ nên } BH = 3,6\text{cm}.$	0.25
	<p>Ta có: $AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{6^2}{3,6^2} = 10\text{cm}.$</p>	0.25
	$S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}10 \cdot 4,8 = 24(\text{cm}^2).$	0.25

8 Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Từ H kẻ HM vuông góc với AB tại M , HN vuông góc với AC tại N . Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.



0.25

Xét tam giác ABH vuông tại H có đường cao HM

0.25

Ta có: $AM \cdot AB = AH^2$

Chứng minh tương tự: $AN \cdot AC = AH^2$

0.25

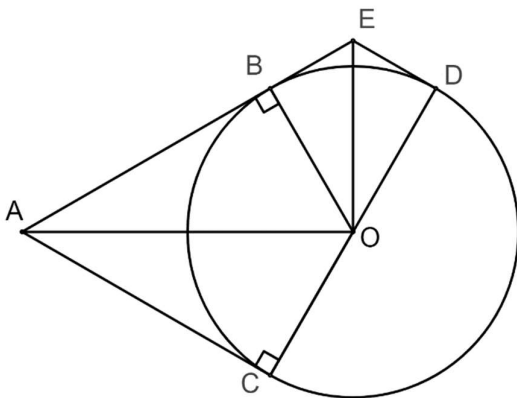
Suy ra: $AM \cdot AB = AN \cdot AC$

0.25

9 Cho đường tròn $(O; R)$, điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Kẻ đường kính COD . Tia phân giác của góc \widehat{BOD} cắt AB ở E .

a. Chứng minh rằng ED là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

b. Tính số đo \widehat{AOE} .



0.25

a. Xét $\triangle OBE$ và $\triangle ODE$ có:

OE là cạnh chung

$\widehat{BOE} = \widehat{DOE}$ (giả thiết)

$OB = OD$ (bán kính)

0.25

Do đó $\triangle OBE = \triangle ODE$ (c.g.c), suy ra $\widehat{OBE} = \widehat{ODE}$.

Ta có $\widehat{OBE} = 90^\circ$ (tính chất của tiếp tuyến) nên $\widehat{ODE} = 90^\circ$. Đường thẳng ED đi qua điểm D của đường tròn (O) và $ED \perp OD$ nên ED là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

b. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có OA là tia phân giác của góc BOC , OE là tia phân giác của góc BOD .

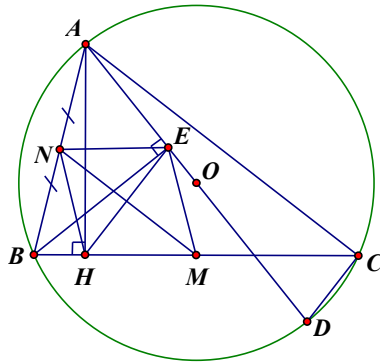
Hai góc BOC và BOD kề bù nên $\widehat{AOE} = 90^\circ$.

0.5

10 Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC và E là hình chiếu vuông góc của điểm B lên đường thẳng AO .

a. Chứng minh bốn điểm A, E, H, B cùng thuộc một đường tròn.

b. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính tỉ số $\frac{ME}{MH}$.



0.25

a. Ta có: $AH \perp BC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AHB} = 90^\circ$

$BE \perp AO$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AEB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{AHB} = 90^\circ$
 \Rightarrow điểm E, H cùng thuộc đường tròn đường kính AB .
 Vậy bốn điểm A, E, H, B cùng thuộc một đường tròn.

0.25

b. Kẻ đường kính AD của đường tròn (O) .

Ta có: $\widehat{BAE} + \widehat{BHE} = 180^\circ$

$\widehat{EHC} + \widehat{BHE} = 180^\circ$ (hai góc bù nhau) $\Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{EHC}$ (1)

Lại có:

$\widehat{BAE} = \widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ (2) (hai góc nội tiếp cùng một đường tròn cùng chắn một cung)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{EHC} = \widehat{BCD} \Rightarrow HE \parallel CD$ (3)

Mà: $\widehat{ACD} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AC \perp CD$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $HE \perp AC$ (đpcm).

Gọi N là trung điểm của cạnh AB . Khi đó:

Do M là trung điểm của cạnh BC

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN \parallel AC$

Mà $HE \perp AC$ (chứng minh ở trên) $\Rightarrow HE \perp MN$ (5)

Ta lại có:

$NE = NH = \frac{1}{2} AB$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác

0.25

vuông)

$\Rightarrow N$ thuộc trung trực của đoạn thẳng HE (6)

Từ (5) và (6) suy ra:

MN là trung trực của đoạn thẳng $HE \Rightarrow MH = ME \Rightarrow \frac{ME}{MH} = 1$. Vậy $\frac{ME}{MH} = 1$.

0.25